Approches spectrales pour l'étude de réseaux et la détermination de graphes

Romain BOULET LMTG/GET CNRS

www.romainboulet.fr

Parcours scientifique

Marqué par l'interdisciplinarité ...

... et le dialogue

Thèse

Math / Histoire

2005 à 2008

Université des Sciences Humaines, Toulouse Post-doc CNRS (INSU)

Math/Droit

2009-2010 Observatoire Midi-Pyrénées Collaborations avec des *mathématiciens*, informaticiens, historiens, juristes, sociologues et géographes.

2004-2005 : Master 2 *Modèles mathématiques et méthodes informatiques*

Activités de recherches

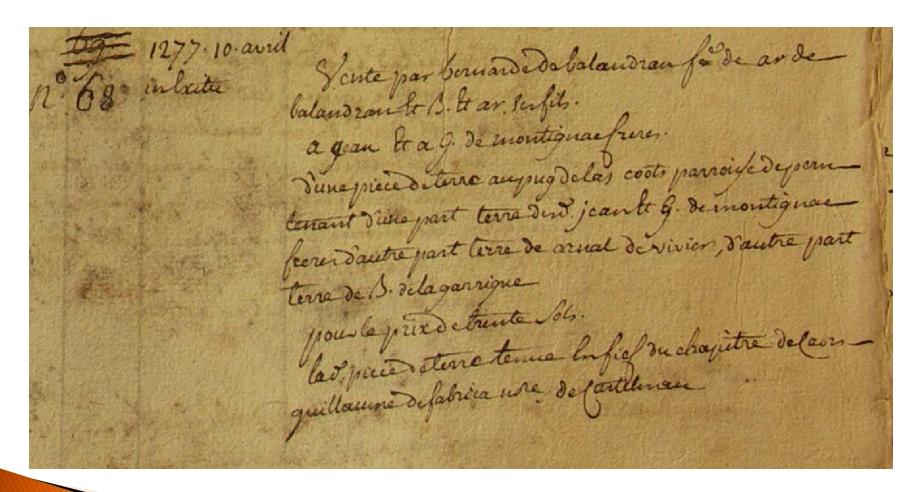
Théorie (spectrale) des graphes

- Etude de matrices (symétriques binaires)
- Détermination de graphes par leur spectre

Analyse de graphes de terrain

- Interactions avec les SHS
- Théorie des graphes pour des questions socioenvironnementales

I - Réseau social médiéval (ou le facebook du Moyen-Age)



Réseaux social médiéval

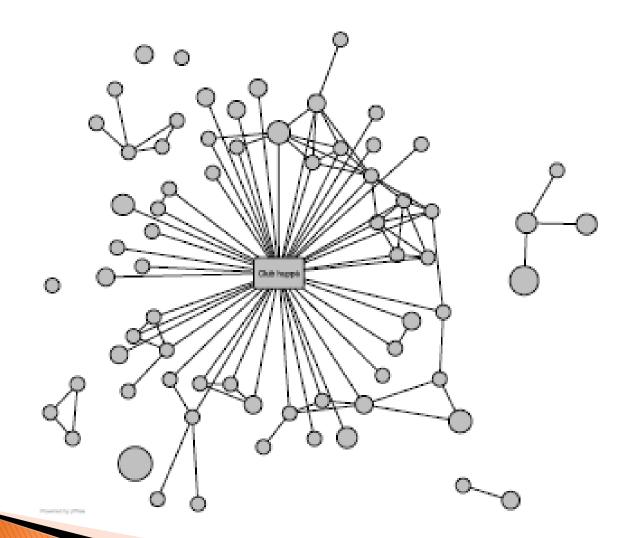
- Utilisation des réseaux (outils algébriques sur les graphes) pour étudier la sociabilité paysanne au Moyen Age.
- Notion de communauté parfaite : détection via les éléments propres du Laplacien.
- Interactions avec des outils statistiques.

Partitionnement spectral

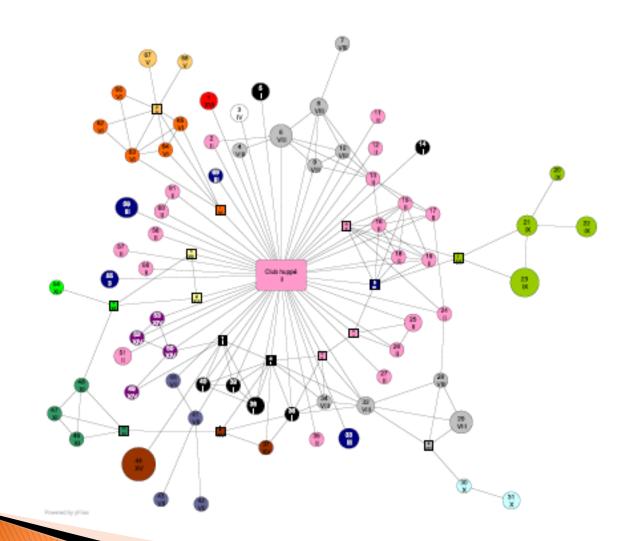
- Calcul des k premiers vecteurs propres du Laplacien.
- Ces vecteurs propres représentent les coordonnées des sommets dans R^k (plongement spectral).
- On partitionne ces points de R^k via un kmeans.









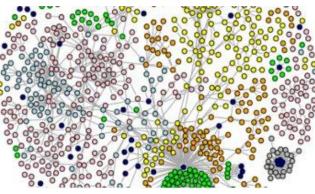


Bibliographie

- Boulet R., Jouve B., Rossi F., Villa N., Batch kernel SOM and related Laplacian methods for social network analysis, Neurocomputing 71(7-9), 1257-1273
- Boulet R., Jouve B., Partitionnement d'un réseau de sociabilité à fort coefficient de clustering, Revue des Nouvelles Technologies de l'Information (9), 569-574.
- Villa N., Boulet R., Clustering a medieval social network by SOM using a kernel based distance measure, In Proceedings of ESANN 2007, Bruges, Belgique, 31-36.
- Boulet R., et al , Sur l'analyse de réseaux de sociabilité dans la société paysanne médiévale. Actes des journées MASHS 2007, Brest, France, 10-11 Mai 2007.
- Boulet R., Comparaison de graphes, applications à l'étude d'un réseau de sociabilité paysan au Moyen Âge (200 pp). Thèse de doctorat

II - Réseaux de textes juridiques







Réseaux de normes

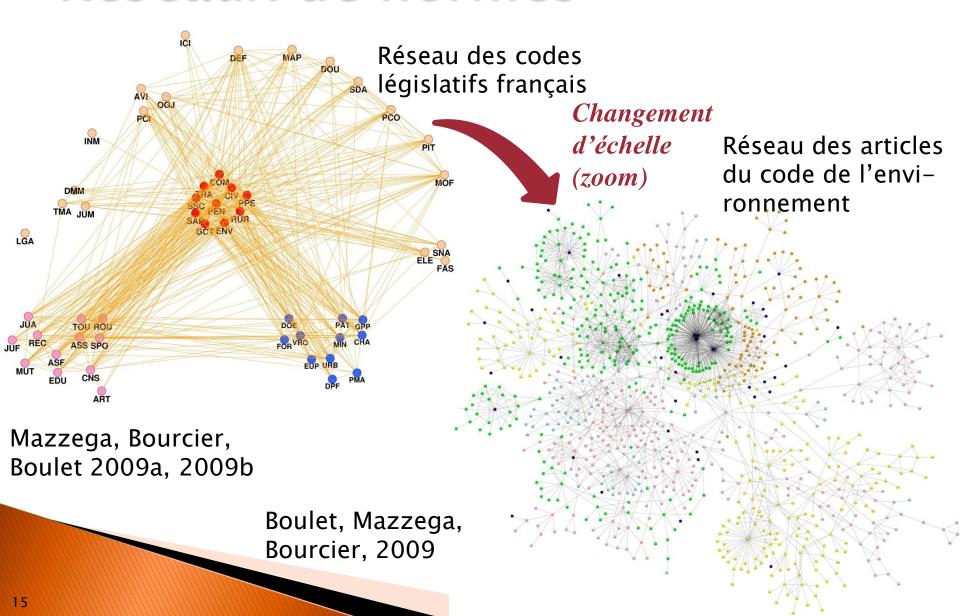
Complexité juridique

- Mieux appréhender la complexité afin de rendre le droit plus accessible
- >Aspect de la complexité induit par les citations croisées de textes
- >Approche novatrice par les réseaux

Travaux déjà effectués

- ✓ Etude des relations entre codes législatifs
- ✓ Etude du réseau de citations du code de l'environnement
- ✓ Recherche de structure au niveau du Droit international

Réseaux de normes



II – Le code de l'environnement : méthode d'analyse

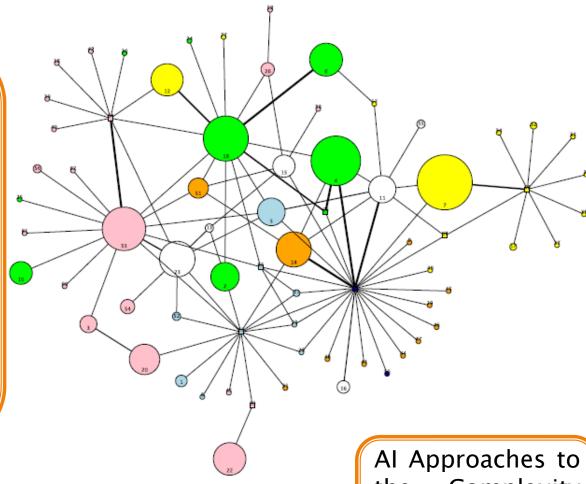
On construit le réseau

· On détecte et enlève les articles relais.

- On partitionne le graphe via un partitionnement spectral basé sur le laplacien normalisé
- Nous conservons le partitionnement possédant la plus forte modularité.
- · Nous ajoutons les articles relais dans la représentation finale.

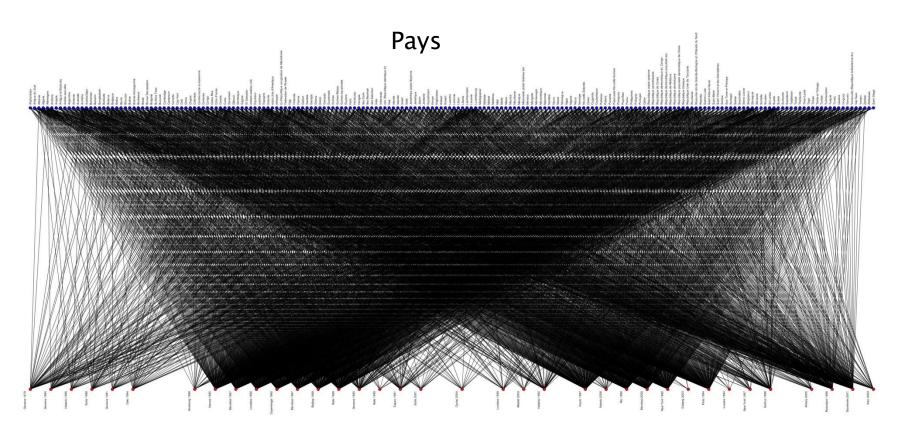
Le code de l'environnement

- •Communauté colorée si 75% des articles appartiennent au même livre
- •Pas de communauté pour le livre VI
- •Existence de communautés « mixtes »



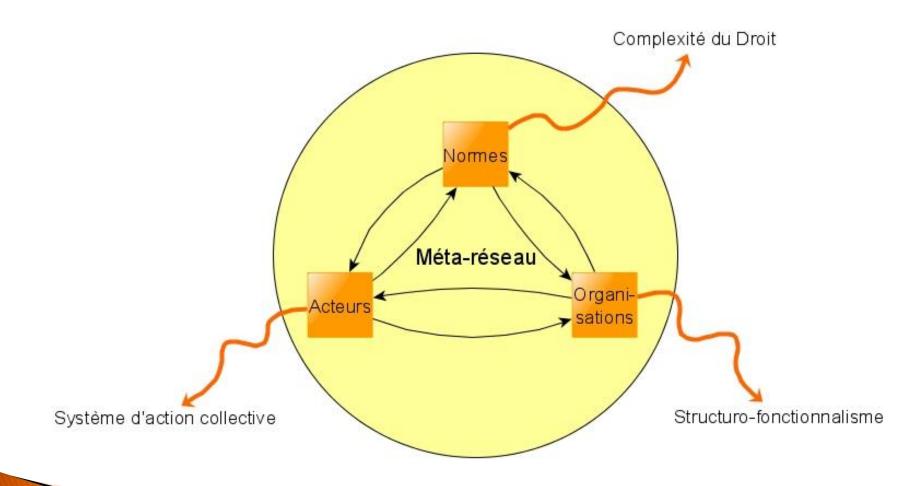
the Complexity of Legal Systems (LNAI, Springer)

Droit international : une première approche



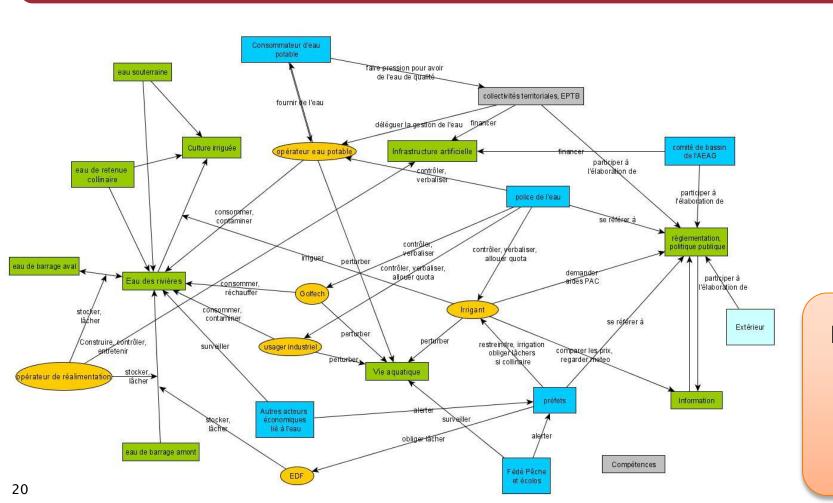
Traités

Vue réticulaire de la gestion de l'eau



Interactions entre acteurs

Méthode ARDI (ARID), réseau co-construit dans un cadre interdisciplinaire



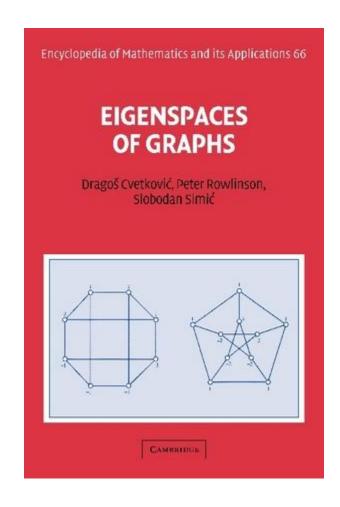
Réunion MAELIA

2 Mars 2010

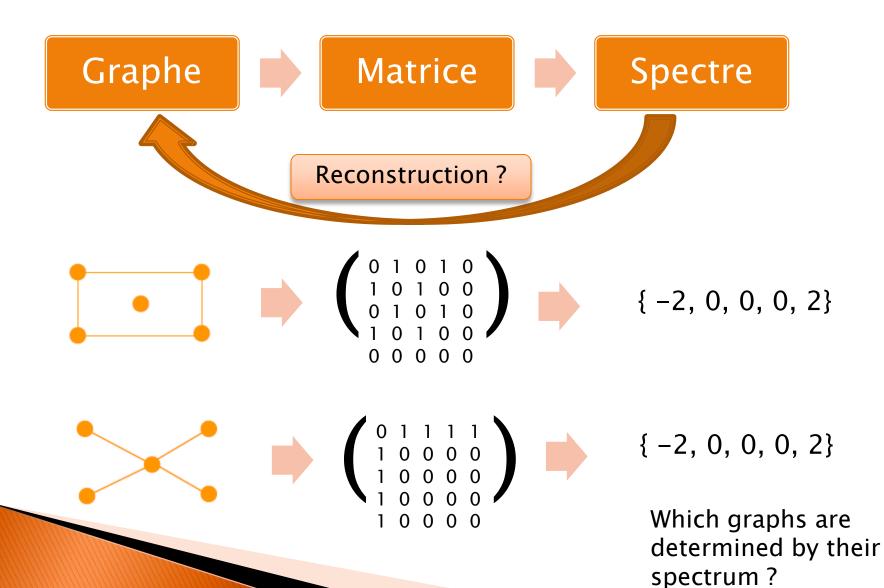
Bibliographie

- Bourcier D., Mazzega P., Boulet R., **Visualiser la Complexité du Droit,** Les technologies de l'information au service des droits : opportunité, défis, limites sous la coordination de Daniel Le Métayer, Bruylant, Bruxelles, (sous presse)
- Boulet R., Mazzega P., Bourcier D., Réseaux normatifs relatifs à l'environnement : structures et changement d'échelles. Atelier Complexité et Politiques Publiques, Paris, septembre 2010.
- Boulet R., Mazzega P., Bourcier D. **Network Analysis of the French Environmental Code**, Artificial Intelligence approaches to the complexity of legal systems (AICOL 2009, Rotterdam)
- Boulet R., Mazzega P., Jouve B., Environmental Social and Normative Networks in the MAELIA Platfrom, Workshop on Legal and Negotiation Decision Support Systems (LDSS 2009 Barcelone), M. Poblet, U. Schild, J. Zeleznikow eds., CEUR, p.83-93.
- Mazzega P., Bourcier D., Boulet R., **The Network of French Legal Codes**, Twelfth International Conference on Artificial Intelligence and Law (ICAIL 2009, Barcelone).
- Mazzega P., Pourcier D., Boulet R., Code Communities in the French Legal System, Symposium on Court and Mediations New Paths for Justice. 18–19 June, 2009.

III - Théorie spectrale de graphes



Théorie spectrale des graphes



24

Dénombrement de marches fermées

- Le spectre de la matrice d'adjacence de G donne des informations sur la structure du graphe
- ▶ En particulier la somme des puissances k-ièmes des valeurs propres est le nombre de marches fermées de longueur k sur G.
 - k = 2 : deux fois le nombres d'arêtes
 - k = 3: six fois le nombre de triangles
 - k 4?
- Calculer le nombre de marches fermées permet de montrer la non-cospectralité de deux graphes donnés.

Dénombrement de marches fermées

$$\sum_{\lambda_i \in \operatorname{Sp}(G)} \lambda_i^k = \sum_{M \in \mathcal{M}_k} w_k(M) |M(G)|$$

$$W_k(G) = \sum_{\lambda_i \in \operatorname{Sp}(G)} \lambda_i^k - \sum_{M \in \mathcal{M}_k, M \neq G} W_k(M)|M(G)|$$

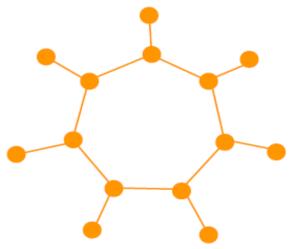
Nouvelles classes de graphes déterminées par leur spectre



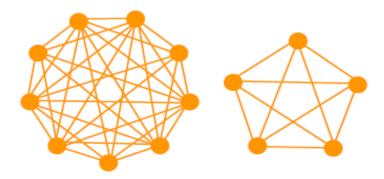
Lasso DS pour A



Mille-pattes DS pour L

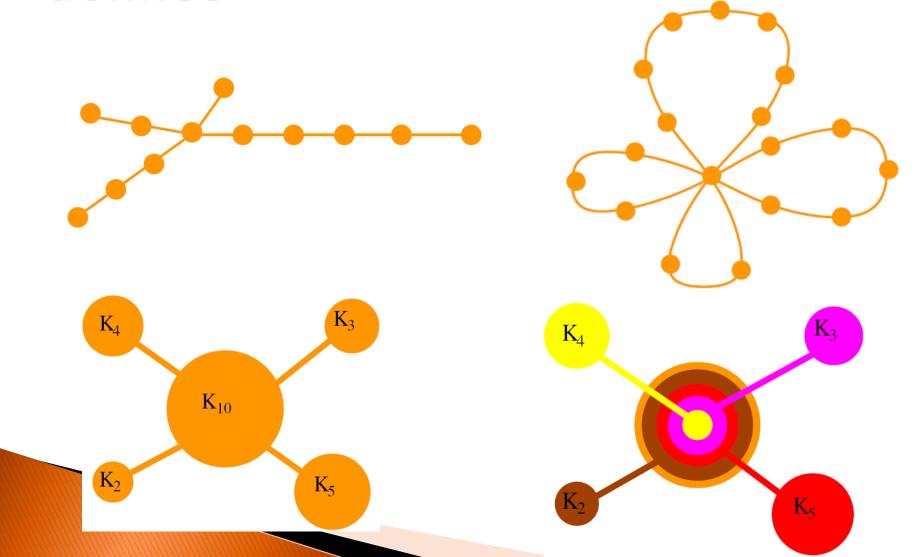


Soleil DS pour L Soleil de cycle impair DS pour



Union disjointe de deux graphes complets d'ordre a et b avec a/b>5/3 DS pour L

Graphes caractérisés par leur spectre au sein d'une famille donnée



Compositions de graphes

Theorem

Let $C_r = \{G[K_k], G \text{ regular }, k \in \mathbb{N}, k \geq 2\}.$ The graph $H = G[K_k] \in C_r$ is characterized by its spectrum in C_r

 \Rightarrow

G is determined by its spectrum.

Theorem

Let \mathcal{B} be the family of regular bipartite graph and let $\mathcal{C}_r^{\mathcal{B}} = \{G[K_k], G \in \mathcal{B}, k \in \mathbb{N}, k \geq 2\}$. If $G \in \mathcal{B}$ is determined by its spectrum then the graph $H = G[K_k] \in \mathcal{C}_r^{\mathcal{B}}$ is characterized by its spectrum in $\mathcal{C}_r^{\mathcal{B}}$.

Bibliographie

- Boulet R., Disjoint unions of complete graphs characterized by their Laplacian spectrum. The Electronic Journal of Linear Algebra, Vol. 18, 773-783, 2009
- Boulet R., Spectral characterizations of sun graphs and broken sun graphs, Discrete mathematics and Theoretical Computer Science, Vol. 11 (2), 2009.
- Boulet R., The centipede is determined by its Laplacian spectrum, Comptes Rendus Mathématiques de l'Académie des Sciences de Paris, vol. 346, 711-716, 2008.
- Boulet R., Jouve B., The lollipop graph is determined by its spectrum, The Electronic Journal of Combinatorics, vol.15, 2008
- Boulet R, Spectral behaviour of some graphs and digraphs compositions, International Workshop on Optimal Network Topologies, Barcelone, 9-11 juin 2010.

Synthèse

Théorie spectrale de graphes :

- Partitionnement spectral
- Problème de graphes DS

Interactions maths/SHS

- Maths / Histoire
- Maths / Droit
- mais aussi maths/socio...

Outils maths sur les graphes

- Combinatoire
- Algèbre
- Statistique
- Métrologie
- mais aussi topologie ...