

Une comparaison de logiciels d'optimisation sur une large collection de modèles graphiques

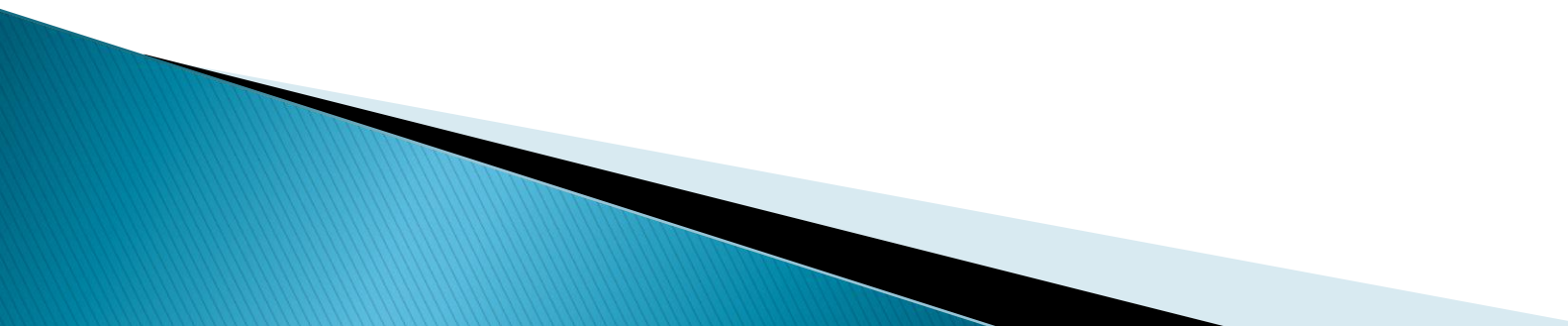
**David Allouche¹, Simon de Givry¹, Barry Hurley²,
George Katsirelos¹, Barry O'sullivan², Thomas Schiex¹**

¹MIAT – INRA, Toulouse, France

²Insight Centre for Data Analytics, University College Cork, Irlande

Angers, 13 juin
JFPC 2014

PLAN

- ▶ Pourquoi les modèles graphiques ?
 - ▶ Quels cadres d'optimisation ?
(inclus les différents solveurs comparés)
 - ▶ Différents encodages étudiés
 - ▶ Collection de benchmarks
 - ▶ Résultats expérimentaux
 - ▶ Conclusion et perspectives
- 

Modèles graphiques



► Définition

un ensemble de variables à domaine **fini** et un ensemble de fonctions **locales**

→ **représentation en extension par défaut**

► Deux familles principales

◦ Modèle graphique probabiliste

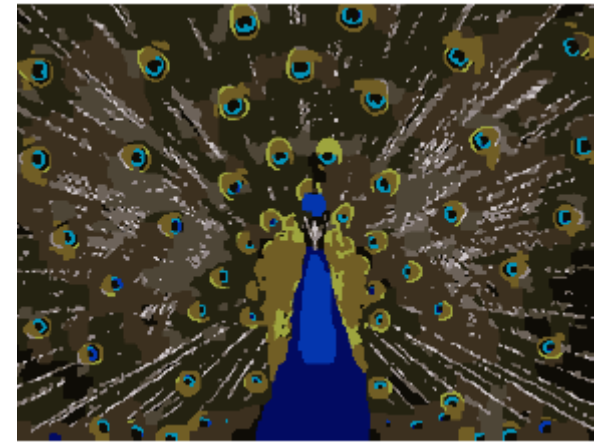
- Champ aléatoire de Markov, réseau Bayésien,...

◦ Modèle graphique déterministe

- Problème de satisfaction de contraintes (pondérées), Max-SAT, programmation linéaire en variables 0/1,...

► Trouver une solution optimale (NP-difficile)

Champ aléatoire de Markov (MRF)

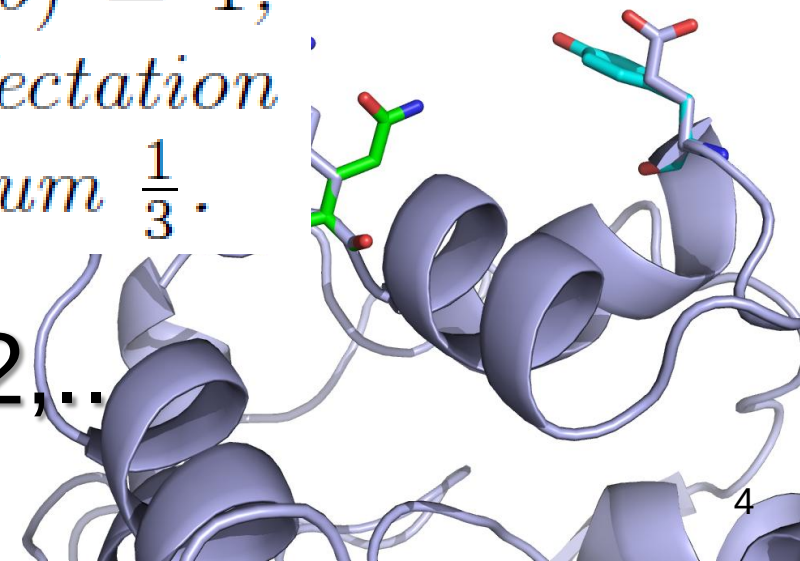


- ▶ Trouver une solution de probabilité maximum
~ trouver une solution d'énergie minimum

$$P(X = t) = \frac{\prod_{i=1}^e p_{S_i}(t[S_i])}{Z} = \frac{\exp\left(-\sum_{i=1}^e f_{S_i}(t[S_i])\right)}{Z}$$

exemple 1 Soit le problème MRF avec deux variables $\{x, y\}$, $D_x = \{a, b\}$, $D_y = \{a, b, c\}$ et une fonction de potentiel multiplicative $\psi(x, y)$, avec $\psi(a, a) = \psi(b, b) = 1$, $\psi(a, b) = \psi(b, a) = 0.5$, $\psi(a, c) = \psi(b, c) = 0$. L'affectation $(x = a, y = a)$ a une probabilité normalisée maximum $\frac{1}{3}$.

→ solveurs daopt, mplp2,...



The background features several complex network graphs. On the left, a large, dense, circular graph with many nodes and edges. On the right, a smaller, more structured graph with nodes arranged in a hierarchical or tree-like pattern. Both graphs are rendered in a light gray, semi-transparent style.

Problème de satisfaction de contraintes pondérées (WCSP)

► Trouver une solution de coût minimum

$$score(X = t) = \sum_{i=1}^e f_{S_i}(t[S_i])$$

exemple 2 La fonction potentielle de l'exemple 1 se traduit en une fonction de coût $f(a,a) = f(b,b) = 0$, $f(a,b) = f(b,a) = -100 \log(0.5) = 30$, $f(a,c) = f(b,c) = +\infty$. L'affectation $(x = a, y = a)$ a un coût minimum 0.

→ solveurs toulbar2, gecode, mistral, opturion, ..

Cas particuliers

- variables booléennes et clauses pondérées (Max-SAT)
- variables 0/1, objectif et contraintes linéaires (01LP)

→ solveurs maxhs, cplex, ..

Traduction entre formalismes

Entrée\Sortie	MRF	WCSP	Max-SAT	01LP	PPC
MRF	-	Energies converties en entiers positifs / -log	Via WCSP	Via WCSP	Via WCSP
WCSP	Exponentiation des coûts	-	Encodage direct/tuple	Encodage direct/tuple	variables coûts & contrainte table par fonction de coûts (larges coûts non rep.)
Max-SAT	Via WCSP (larges clauses non représentables)	Direct (représentation compacte des clauses)	-	Via WCSP (encodage tuple non représent.)	variables coûts & expression logique réifiée par clause pondérée
PPC	Via WCSP	Contraintes globales décomposées en contraintes ternaires. Variable objectif <i>décomposée</i> en somme de fonctions de coûts (larges domaines non r.)	Via WCSP	Via WCSP	-

- WCSP→PPC : Petit, T., Regin, J., Bessiere, C.: *Meta constraints on violations for over constrained problems*. In Proceedings of IEEE ICTAI'2000, Vancouver, Canada (2000)
- PPC→WCSP : Allouche, D., Bessiere, C., Boizumault, P., de Givry, S., Gutierrez, P., Loudni, S., Metivier, J., Schiex, T. *Decomposing global cost functions*. In: Proc. of AAI-12. Toronto, Canada (2012)

Traduction de WCSP à Max-SAT

► Encodage direct

◦ Domaines

$\forall i \in X$ avec $|D_i| > 2$, $\forall r \in D_i$, **variable booléenne** d_{ir}

Clauses dures: $\forall r, s \in D_i$, $(\neg d_{ir} \text{ or } \neg d_{is})$ /* Atmost one value */

$(d_{ir_1} \text{ or } d_{ir_2} \text{ or } \dots \text{ or } d_{ir_{|D_i|}})$ /* Atleast one value */

◦ Fonctions de coûts

$\forall f_s \in F$, $\forall t \in D_s$ avec $f_s(t) > 0$,

Clauses pondérées: $(\neg d_{i1t[i1]} \text{ or } \neg d_{i2t[i2]} \text{ or } \dots \text{ or } \neg d_{i|S|t[i|S|]})$ de coût $f_s(t)$

exemple 3 *L'exemple 1 se traduit par quatre propositions x, y_a, y_b, y_c , les clauses AMO/ALO $(\neg y_a \vee \neg y_b)$, $(\neg y_a \vee \neg y_c)$, $(\neg y_b \vee \neg y_c)$, $(y_a \vee y_b \vee y_c)$ et les clauses pondérées $(x \vee \neg y_b, 30)$, $(x \vee \neg y_c, \infty)$, $(\neg x \vee \neg y_a, 30)$, $(\neg x \vee \neg y_c, \infty)$.*

Traduction de WCSP à Max-SAT

► Encodage tuple

- Domaines : même encodage
- Fonctions de coûts

si $\infty=1$ alors propagation unitaire
équivalent à cohérence d'arc

$\forall f_S \in F, \forall t \in D_S$ avec $|S| > 1$ et $f_S(t) < \infty$, variable booléenne p_{St}

Clauses dures : $\forall i \in S, (d_{it[i]} \text{ or } \neg p_{St})$, $\forall i \in S, \forall r \in D_i$,

$(\neg d_{ir} \text{ or } p_{St1} \text{ or } \dots \text{ or } p_{St|D_S|})$ avec $t_u \in D_S, t_u[i]=r$

Clauses pondérées : $(\neg p_{St})$ avec coût $f_S(t) > 0$

exemple 4 *L'exemple 1 se traduit par huit propositions $x, y_a, y_b, y_c, p_{x_a y_a}, p_{x_a y_b}, p_{x_b y_a}, p_{x_b y_b}$, les clauses AMO/ALO $(\neg y_a \vee \neg y_b), (\neg y_a \vee \neg y_c), (\neg y_b \vee \neg y_c), (y_a \vee y_b \vee y_c)$, les clauses pondérées $(\neg p_{x_a y_b}, 30), (\neg p_{x_b y_a}, 30)$ et les clauses dures $(\neg p_{x_a y_a} \vee \neg x), (\neg p_{x_a y_a} \vee y_a), (\neg p_{x_a y_b} \vee \neg x), (\neg p_{x_a y_b} \vee y_b), (\neg p_{x_b y_a} \vee x), (\neg p_{x_b y_a} \vee y_a), (\neg p_{x_b y_b} \vee x), (\neg p_{x_b y_b} \vee y_b)$ et $(x \vee p_{x_a y_a} \vee p_{x_a y_b}), (\neg x \vee p_{x_b y_a} \vee p_{x_b y_b}), (\neg y_a \vee p_{x_a y_a} \vee p_{x_b y_a}), (\neg y_b \vee p_{x_a y_b} \vee p_{x_b y_b}), (\neg y_c)$.*

Benchmarks et solveurs

► MRF

- UAI Evaluation 2008-2010 (genetic linkage analysis)

- gagnant 2010 (20min): **toulbar2**

- Probabilistic Inference Challenge 2011

- gagnant : **daoopt***

- Computer Vision and Pattern Recognition OpenGM2 2013

- gagnants : **TRWS, MCA, mplp2,...**

Problem	#inst.	<i>n</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>a</i>
MRF (uai)	319				
Linkage	22	1289	7	2184	5
DBN	108	1094	2	22793	2
Grid	21	6400	2	19200	2
ImageAlignment	10	400	93	3563	2
ObjectDetection	37	60	21	1830	2
ProteinFolding	21	1972	503	8816	2
Segmentation	100	237	21	886	2

MRF/CVPR (hdf5)	1453				
ChineseChars	100	17856	2	553726	2
ColorSeg	3	414720	4	2069714	2
ColorSeg-4	9	86400	12	258600	2
ColorSeg-8	9	86400	12	430202	2
GeomSurf-3	300	1133	3	5039	3
GeomSurf-7	300	1133	7	5039	3
InPainting-4	2	14400	4	42960	2
InPainting-8	2	14400	4	71282	2
Matching	4	20	20	210	2
MatchingStereo	2	166222	20	497849	2
ObjectSeg	5	68160	8	203947	2
PhotoMontage	2	514080	7	1540689	2
SceneDecomp	715	208	8	769	2

Benchmarks et solveurs

► WCSP

- CFNLib
- Max-CSP
 - gagnant Max-CSP Competition 2008 : toulbar2

Problem	#inst.	<i>n</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>a</i>
CFN (wcsp)	281				
Auction *	170	246	2	11528	2
CELAR *	16	458	44	2335	2
Pedigree *	10	10017	28	18875	3
ProteinDesign	10	18	198	171	2
SPOT5	20	1057	4	21786	3
Warehouse *	55	1100	300	101100	2

Max-CSP (xcsp)	503				
BlackHole	37	205	50	1651	2
Coloring	22	450	6	6164	2
Composed	80	83	10	785	2
EHI	200	315	7	4715	2
Geometric	100	50	20	605	2
Langford	4	33	29	517	2
QCP	60	264	9	2662	2

*: ad-hoc encoding in minizinc

Benchmarks et solveurs

- ▶ Max-SAT
 - Max-SAT Evaluation 2013
 - gagnant crafted instances : maxhs

Problem	#inst.	n	d	e	a
WPMS (wcnf)	427				
MIPLib	12	24776	2	107956	93
MaxClique	62	3321	2	378247	2
Haplotyping	100	216117	2	1188223	580
PackupWeighted	99	25554	2	70677	177
PlanningWithPref	29	69409	2	771883	372
TimeTabling	25	903884	2	2912882	36
Upgradeability	100	18169	2	105097	77

Benchmarks et solveurs

► PPC

- CSP Competition 2009 (no instances)
 - gagnant (constraints in extension): **mistral**
- MiniZinc Challenge 2012&2013 (instances *décomposables* avec petit domaines)
 - gagnant free search 2012 : **gecode**
 - gagnant free search 2013 : **opturion/cpx**

Problem	#inst.	n	d	e	a
CP (minizinc)	35				
AMaze	6	1573	17	3173	4
FastFood	6(1)	2	5	3	2
Golomb	6(3)	44	163	717	3
OnCallRostering	5(3)	2205	89	4513	4
ParityLearning	7	759	20	1440	4
VehicleRoutingProb.	5	11531	100	22999	4

Paramètres expérimentaux

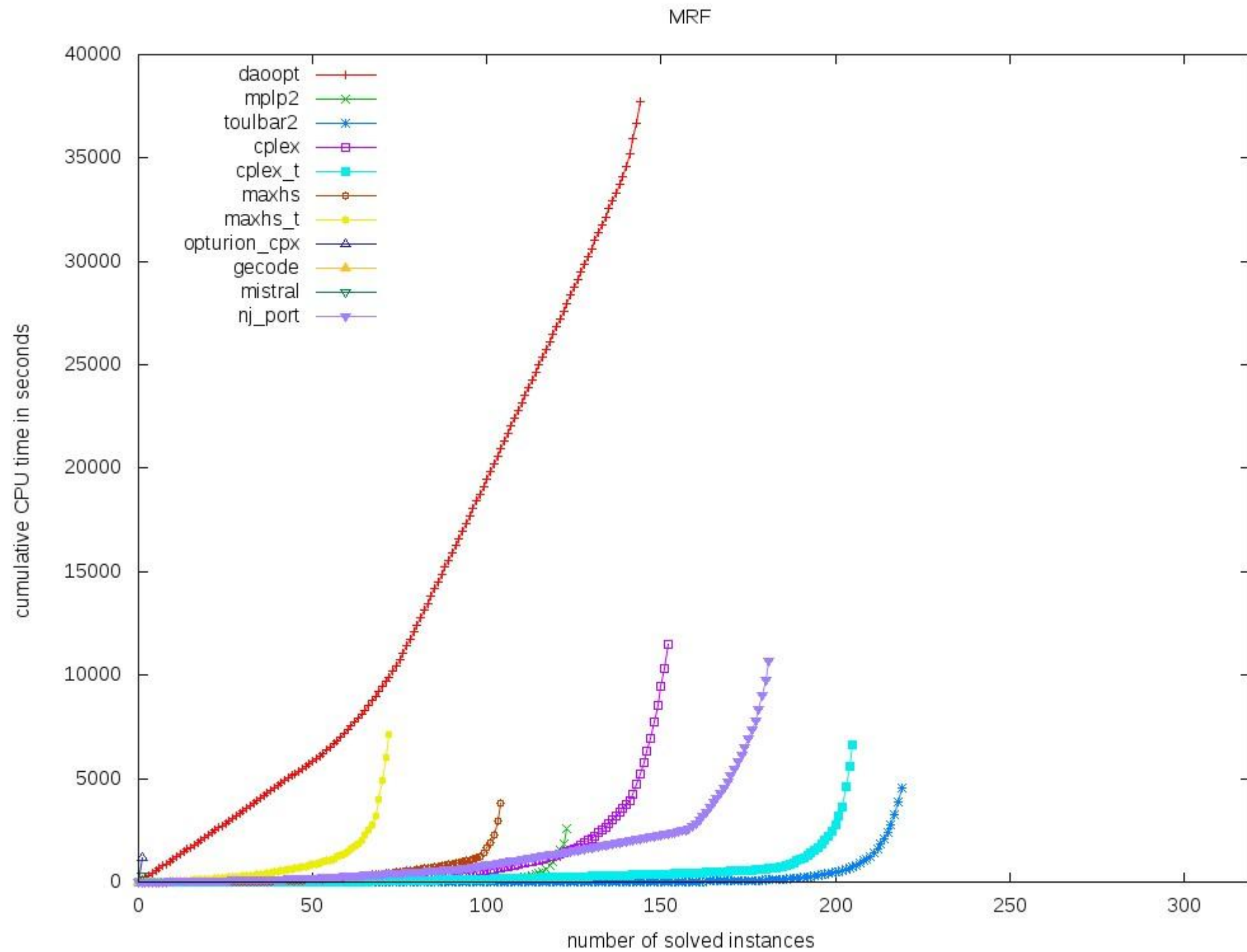
- ▶ Précision à 2 chiffres pour instances MRF (solveurs PPC utilisent des domaines sur 32 bits)
- ▶ Paramètres par défaut (sauf daoopt, toulbar2)
- ▶ Un seul coeur AMD Operon 6176 à 2.3 GHz et 8GB
- ▶ Temps limite pour résoudre **complètement** : 20 minutes
- ▶ Solveur 01LP cplex version 12.4 (EP(A)GAP,EPINT set to zero)
- ▶ Benchmarks (3018) et résultats détaillés disponibles à : <http://genoweb.toulouse.inra.fr/~degivry/evalgm>

Problème	Nb.	<i>dao0pt</i>	<i>implp2</i>	<i>toulbar2</i>	<i>cplex</i>	<i>cplex+</i>	<i>maxhs</i>	<i>maxhs+</i>	<i>opturion</i>	<i>gecode</i>	<i>mistral</i>
MRF (<i>uai</i>)	319	144	123	219	152	205	104	72	1	0	1
Linkage	22	16	1	13	14	22	20	20	0	0	1
DBN	108	60	0	77	64	65	30	0	0	0	0
Grid	21	2	2	0	15	0	4	2	0	0	0
ImageAlignment	10	9	10	10	0	9	0	0	0	0	0
ObjectDetection	37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ProteinFolding	21	0	10	19	9	9	0	0	0	0	0
Segmentation	100	57	100	100	50	100	50	50	1	0	0
Max-SAT (<i>wcnf</i>)	427	11	0	195	269	N/A	277	N/A	27	19	15
MIPLib	12	2	0	3	3	N/A	3	N/A	2	3	2
MaxClique	62	9	0	33	38	N/A	36	N/A	10	15	13
Haplotyping	100	N/A	N/A	1	18	N/A	25	N/A	MZN	MZN	MZN
PackupWeighted	99	N/A	N/A	52	99	N/A	85	N/A	1	0	0
PlanningWPref	29	N/A	N/A	6	11	N/A	27	N/A	14	1	0
TimeTabling	25	N/A	N/A	0	0	N/A	1	N/A	MZN	MZN	MZN
Upgradeability	100	N/A	N/A	100	100	N/A	100	N/A	N/A	N/A	N/A
WCSP (<i>wcsp</i>)	281	188	44	247	241	235	227	195	70	130	111
Auction	170	158	0	167	170	170	170	166	61	104	108
CELAR	16	3	0	12	0	3	0	0	1	0	1
Pedigree	10	4	0	10	5	9	5	5	4	0	0
ProteinDesign	10	4	7	9	0	6	0	0	0	0	0
SPOT5	20	6	0	4	16	10	5	5	1	0	2
Warehouse	55	13	37	45	50	37	47	19	3	26	0
Max-CSP (<i>xcsp</i>)	503	173	0	216	199	50	238	150	118	6	96
BlackHole	37	10	0	10	30	10	10	10	10	0	10
Coloring	22	16	0	17	17	15	12	12	8	4	6
Composed	80	26	0	80	80	15	80	15	80	0	80
EH1	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Geometric	100	91	0	93	49	0	88	77	9	0	0
Langford	4	2	0	2	2	1	2	2	1	2	0
QCP	60	28	0	14	21	9	46	34	10	0	0
PPC (<i>minizinc</i>)	35	10	1	13	2	5	16	8	18	26	18
AMaze	6	0	0	2	0	2	6	3	5	4	2
FastFood	6	1	1	1	1	1	1	1	6	6	5
Golomb	6	0	0	3	0	0	3	1	4	6	5
OnCallRoster.	5	2	0	2	1	2	3	3	2	2	2
ParityLearning	7	7	0	5	0	0	3	0	1	7	4
VRP	5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
CVPR (<i>hdf5</i>)	1453	1272	1339	1301	372	1329	311	1008	TRWS	BUN-DLE	MCA
ChineseChars	100	0	0	0	0	0	0	0	0	N/A	N/A
ColorSeg	3	1	3	0	0	1	0	0	1	0	3
ColorSeg-4	9	0	8	0	0	3	0	0	7	7	8
ColorSeg-8	9	0	4	0	0	2	0	0	2	1	8
GeomSurf-3	300	300	300	300	300	300	236	291	N/A	277	N/A
GeomSurf-7	300	252	300	281	72	300	74	2	N/A	180	N/A
InPainting-4	2	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1
InPainting-8	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
Matching	4	4	4	4	0	3	0	0	0	0	N/A
MatchingStereo	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	N/A
ObjectSeg	5	0	3	0	0	4	0	0	5	3	5
PhotoMontage	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	N/A
SceneDecomp	715	715	715	715	0	715	1	715	712	673	N/A
Nb. of 1st Pos.	46	5	10	17	13	7	11	3	2	6	1

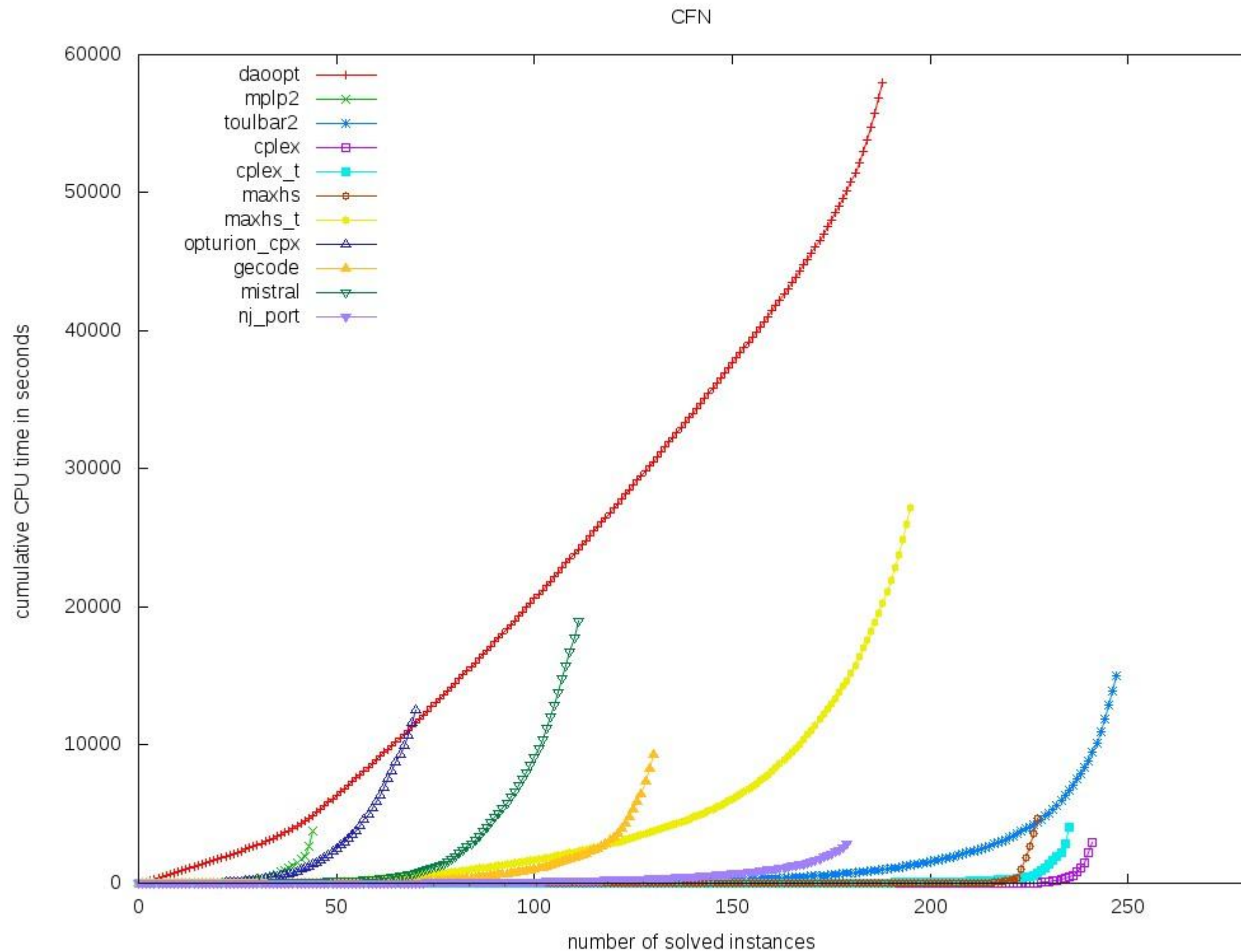
Analyse des résultats

- ▶ Solveurs cplex et toulbar2 obtiennent de bons résultats sur plusieurs catégories issues de différents paradigmes
- ▶ En général, il y a plus de tuples de coût zéro que de tuples interdits dans les benchmarks
→ encodage tuple en Max-SAT trop lourd !
- ▶ Encodage direct en 01LP parfois compétitif avec encodage tuple sur les benchmarks MRF (Grid, domaine de taille 2)
- ▶ Minorant mplp2 → minorant cplex/tuple → minorant toulbar2

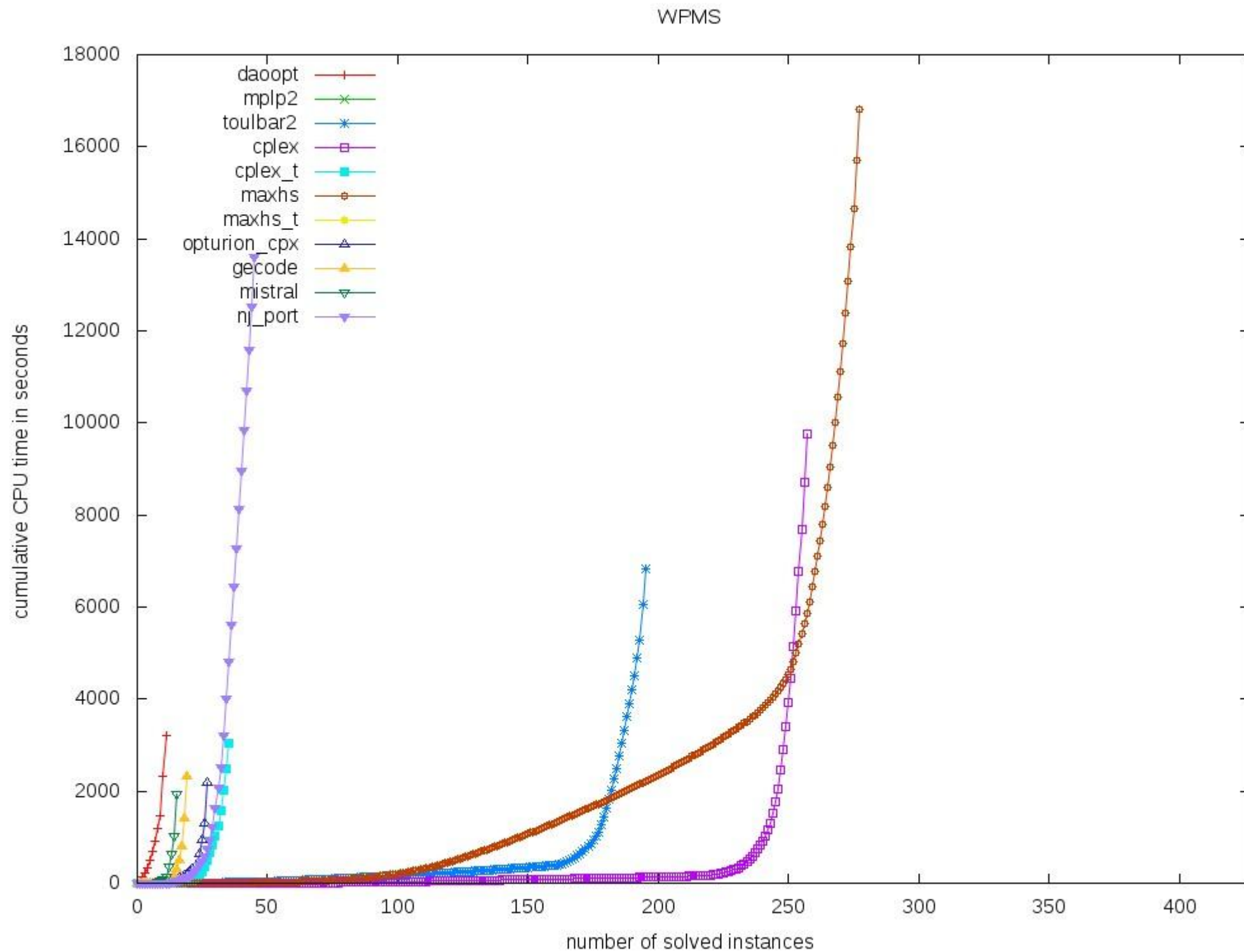
MRF



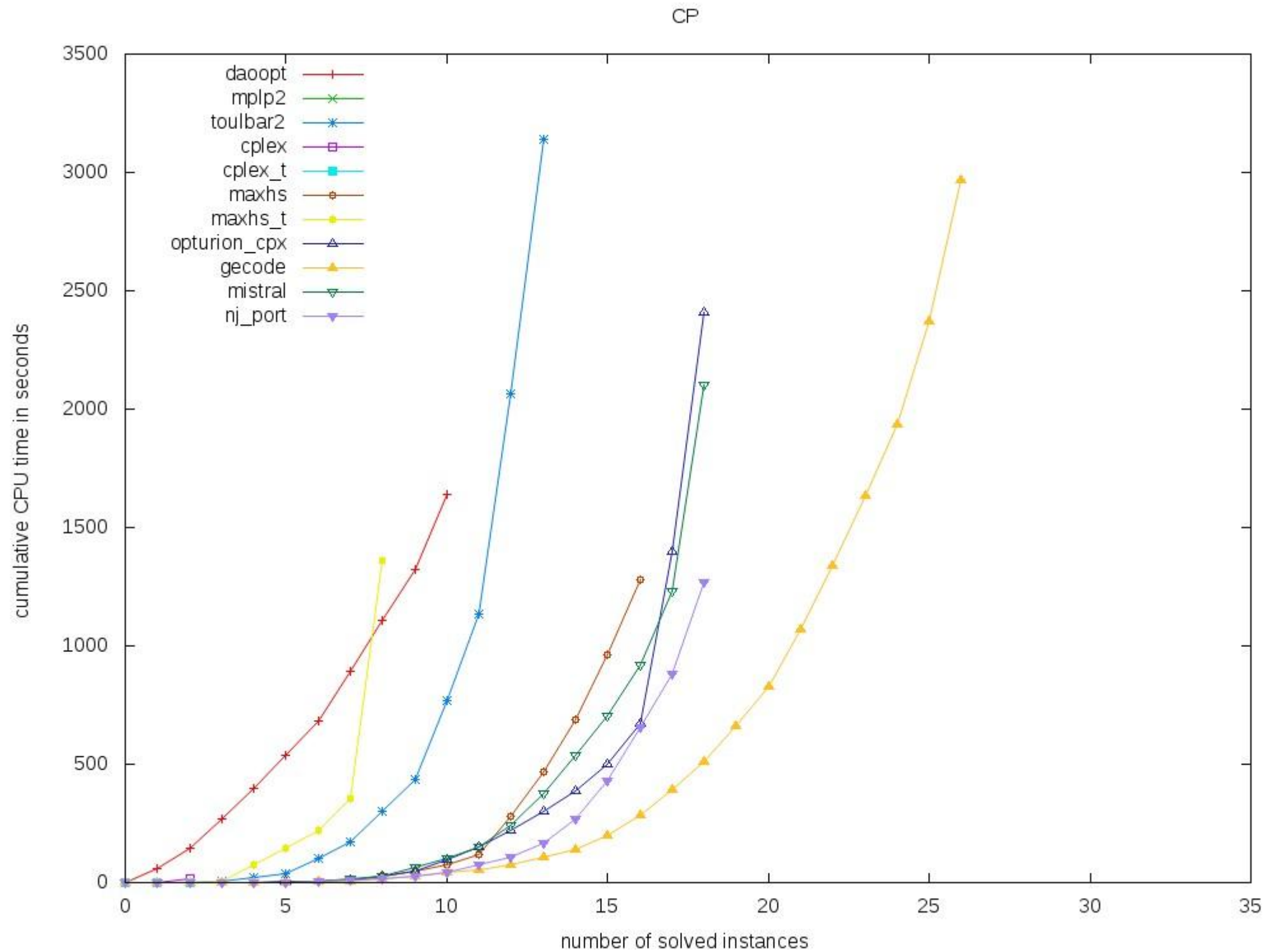
WCSP



Max-SAT



PPC



Conclusions et perspectives

- ▶ 3018 instances dans 5 formats (uai,wcsp,wcnf,lp,mzn)

<http://genoweb.toulouse.inra.fr/~degivry/evalgm>

- plus grande instances résolues en 20min (mplp2): CVPR/ColorSeg (n=414720, d=4)
- plus petites instances non résolues en 20min : MRF/ObjectDetection (n=60,d=21)

- ▶ Approche portfolio utilisant numberjack:

<http://numberjack.ucc.ie/>

Plateforme PPC python avec solveurs C/C++ et lecteur minizinc

(mistral1/2,minisat,toulbar2,clasp,glucose,...,scip,cplex,gurobi)

WCB'14

- ▶ 10th Workshop on Constraint-Based-Methods for **Bioinformatics**
 - *Held with 20th International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming (CP 2014)*
 - *Lyon, France*
 - *September 8th 2014*
 - Organizers : Nicos Angelopoulos and Simon de Givry