

## TD 1 : calcul vectoriel

Les exercices ou les questions marqués d'une étoile ne sont pas prioritaires.

**Exercice 1.** Déterminer une base orthonormale directe dont le premier vecteur est colinéaire au vecteur  $(1, 2, 2)$

**Exercice 2.** Pour quelles valeurs de  $a$  les vecteurs  $(1, 0, a)$ ,  $(a, 1, 0)$  et  $(0, a, 1)$  sont ils coplanaires ?

**Exercice 3.** Soit  $u$ ,  $v$  et  $w$  trois vecteurs de l'espace et  $a \in \mathbb{R}$ . On considère l'équation vectorielle d'inconnue  $x$  :  $u \wedge x = v$ .

1. Montrer que si l'équation admet une solution, alors  $u$  et  $v$  sont orthogonaux. On supposera dans la suite que  $u$  et  $v$  sont orthogonaux.
2. Déterminer toutes les solutions colinéaires à  $u \wedge v$ .
3. En déduire toutes les solutions de l'équation.
4. Déterminer les vecteurs solutions qui vérifient en outre  $\langle x, w \rangle = a$

**Exercice 4.\*** Dans l'espace muni d'un repère orthonormal. On note  $\mathcal{D}$  la droite passant par  $A = (1, 3, -2)$  et de vecteur directeur  $u = (2, 1, 0)$ ,  $\mathcal{P}$  le plan d'équation  $2x - 3y + 5z = 7$  et  $M$  le point  $(1, 2, 3)$ .

1. Calculer la distance de  $M$  à  $\mathcal{D}$ .
2. Calculer la distance de  $M$  à  $\mathcal{P}$ . *Indication* : remarquer que le point  $(1, 0, 1)$  appartient au plan  $\mathcal{P}$ .

**Exercice 5.\*** Déterminer la projection orthogonale  $\Delta'$  de la droite  $\Delta$  d'équation :

$$\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = 2 \end{cases}$$

dans le plan  $P$  d'équation  $x + y + z = 1$ .

**Exercice 6.\*** Calculer l'équation de la sphère de centre  $(1, 1, 1)$  et dont le plan tangent est  $x + y + z = 2$ .