FORMATIONS AUX STATISTIQUES : MANUEL DU FORMATEUR DE NIVEAU 1

Janvier 1991

SCÉNARIO 6

Ajustement à une droite

INRA

DOCUMENTS "FORMATEUR"

DÉPARTEMENT DE BIOMÉTRIE

formation permanente

Solution de la feuille stagiaire 4

corrige du formulaire de calcul des parametres a et b qui minimisent
le critere des moindres carres en regression lineaire simple.

exemple de la fiche 1:
influence du temps sur la longueur de cristaux de glace.

	X	Y	X2	Y2	X.Y	Yajuste	ecarts	ecarts au carre
	50	19.0	2500	361	950	17.35065	1.6493506	2.7203576
	80	25.0	6400	625	2000	23.15584	1.8441558	3.4009108
	70	17.0	4900	289	1190	21.22078	-4.2207792	17.8149772
	100	30.0	10000	900	3000	27.02597	2.9740260	8.8448305
	90	21.0	8100	441	1890	25.09091	-4.0909091	16.7355372
	150	36.0	22500	1296	5400	36.70130	-0.7012987	0.4918199
	110	30.0	12100	900	3300	28.96104	1.0389610	1.0794400
	130	31.0	16900	961	4030	32.83117	-1.8311688	3.3531793
	140	33.0	19600	1089	4620	34.76623	-1.7662338	3.1195817
	120	36.0	14400	1296	4320	30.89610	5.1038961	26.0497554
total	1040	278.0	117400	NA	30700	NA	NA	83.6103896
moyenne	104	27.8	NA	NA	NA	NA	NA	NA

n: 10

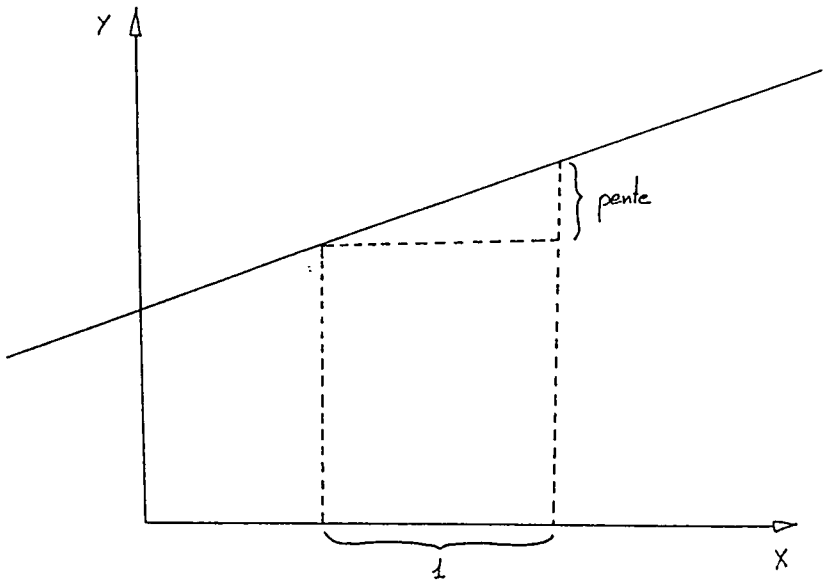
a: 7.68

b: 0.19

critere: 83.6

une fonction S qui donne le corrige du formulaire de calcul des parametres
minimisant le critere des moindres carres en regression lineaire simple.

```
tab.reg_function(x, y)
{
        coef <- lsfit(x, y)$coef
        a <- coef[1]
        b <- coef[2]
        x2 <- x ** 2
        y2 <- y ** 2
        xy <- x * y
        yaj <- a + b * x
        ecarts <- y - yaj
        ecarts2 <- ecarts ** 2
        n <- len(x)
        critere <- sum(ecarts2)
        result <- cbind(x, y, x2, y2, xy, yaj, ecarts, ecarts2)
        result <- rbind(result, apply(result, 2, sum), apply(result, 2, mean))
        dimnames(result) <- list(c(rep("", len(x)), "total", "moyenne"), c(
                "X", "Y", "X2", "Y2", "X.Y", "Yajuste", "ecarts",
                "ecarts au carre"))
        result[(len(x) + 1), c(4, 6, 7)] <- NA
        result[(len(x) + 2), 3:8] <- NA
        result <- list(result = result, n = n, a = a, b = b, critere = result[
                (len(x) + 1), 8])
        result
```



pente =?

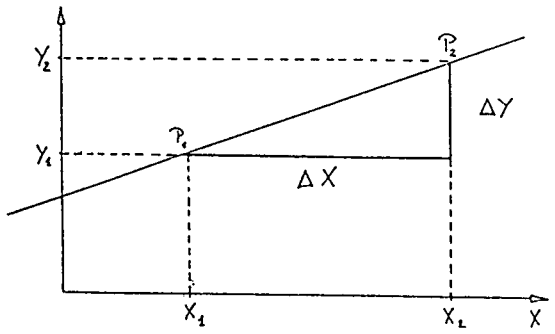
<u>variation</u> de Y correspondant à une augmentation de X égale à 1 unité

Transparent 1 :

La pente : définition :

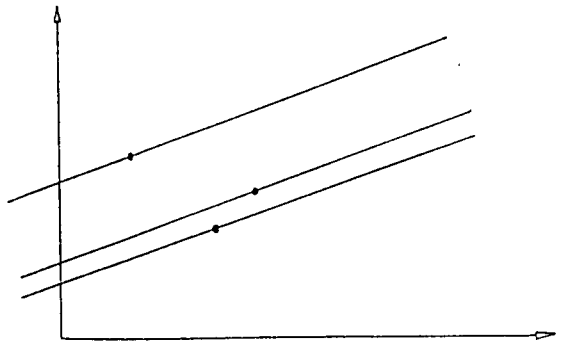
C'est la variation (ici l'augmentation) de Y correspondant à une augmentation de X de 1 unité. La pente est constante sur la droite, c'est <u>une</u> caractéristique de la droite.

la pente



$$\text{pente} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \Delta Y \text{ si } \Delta X = 1$$
$$= \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

pente : suffisant pour caractériser une droite?



droites parallèles : même pente. Droites différentes

⇒ il faut fixer un point sur la droite

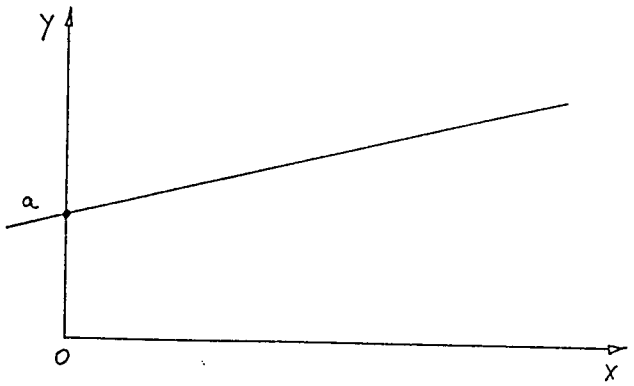
Transparent 2

pente = $\frac{\Delta Y}{\Delta X} = \Delta Y$ si $\Delta X = 1$ (cf. définition)

$= \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$

Question : : "Est-ce que la pente suffit pour définir une droite?"

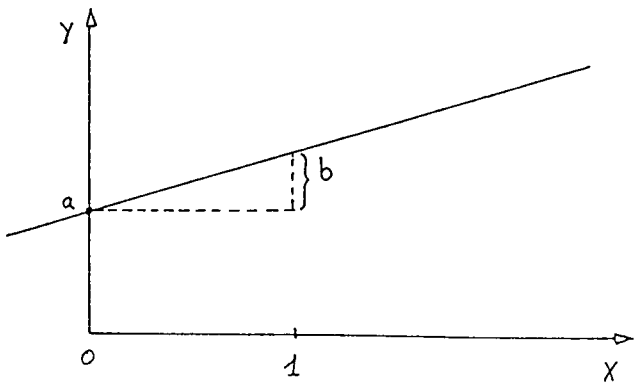
Réponse : Non. Montrer des droites parallèles



fixer le point (0,a)

a : ordonnée à l'origine

b : pente

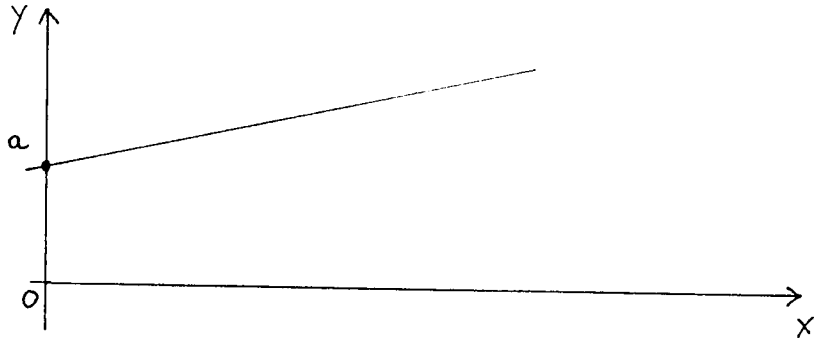


Transparent 3

Il faut une information supplémentaire pour définir une droite de manière unique.

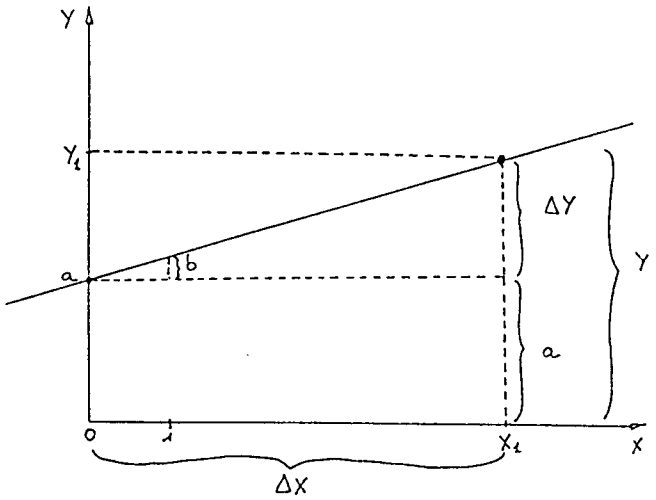
$\Longrightarrow$ on va choisir un point de la droite.

On prendra par exemple le point de coordonnées $(0, a)$



la valeur a et la pente définissent la droite de manière unique.

a : l'ordonnée à l'origine (expliquer le terme)
b : la pente



$Y_1 = ?$ $\qquad$ $Y_1 = a + \Delta Y$

$\Delta Y = ?$

augmentation égale à 1 (en X)

$\rightarrow$ augmentation égale à b (en Y)

augmentation égale à ΔX (en X)

$\rightarrow$ augmentation égale à $b.\Delta X$ (en Y)

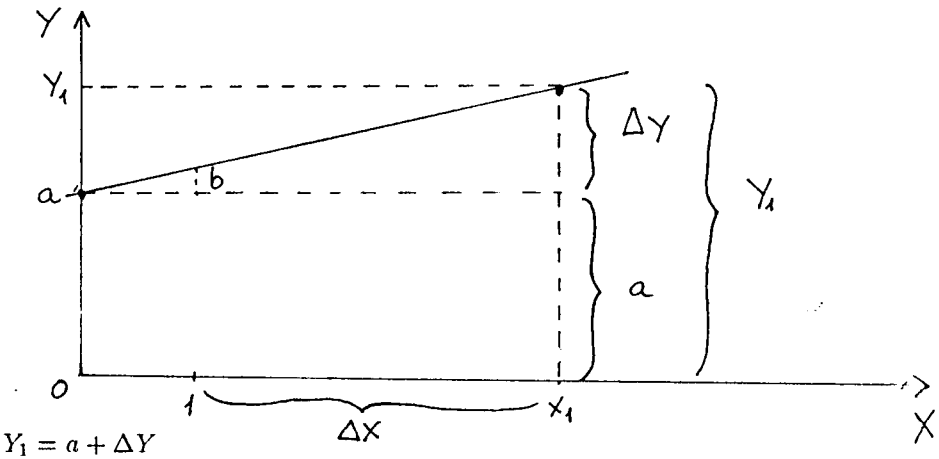
$\Delta Y = b.\Delta X$ $\qquad$ $Y_1 = a + b.\Delta X$

or $\Delta X = X_1 - 0 = X_1$

Donc, $Y_1 = a + b.X_1 \Longrightarrow Y = a + b.X$

Transparent 4

Cherchons à expliquer Y en fonction de X, à l'aide de a et b



$Y_1 = a + \Delta Y$

ΔY : augmentation de Y correspndant à une augmentation de X égale à ΔX

or b : augmentation de Y correspondant à une augmentation de X égale à 1
Donc, $\Delta Y = b.\Delta X$ (règle de trois)

$Y_1 = a + b.\Delta X$

or $\Delta X = X_1 - 0 = X_1$

Donc, $Y_1 = a + b.X_1$

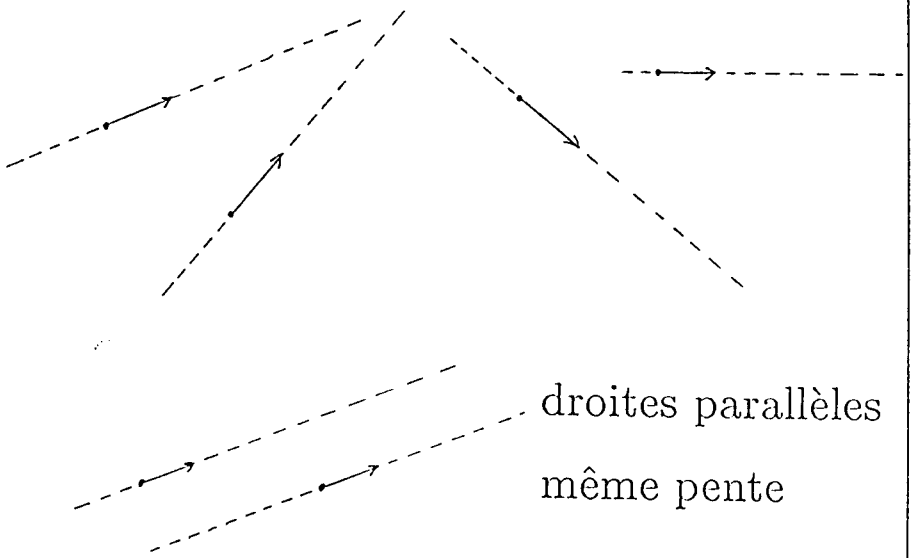
Ma démonstration est vraie pour tout point (X_1, Y_1), donc :

$Y = a + b.X$

si a et b sont connus, cette équation permet de calculer le Y correspondant à un X donné.

1 droite = ?

1 point + 1 pente



droites parallèles

même pente

Transparent 5

$Y = a + b.X$

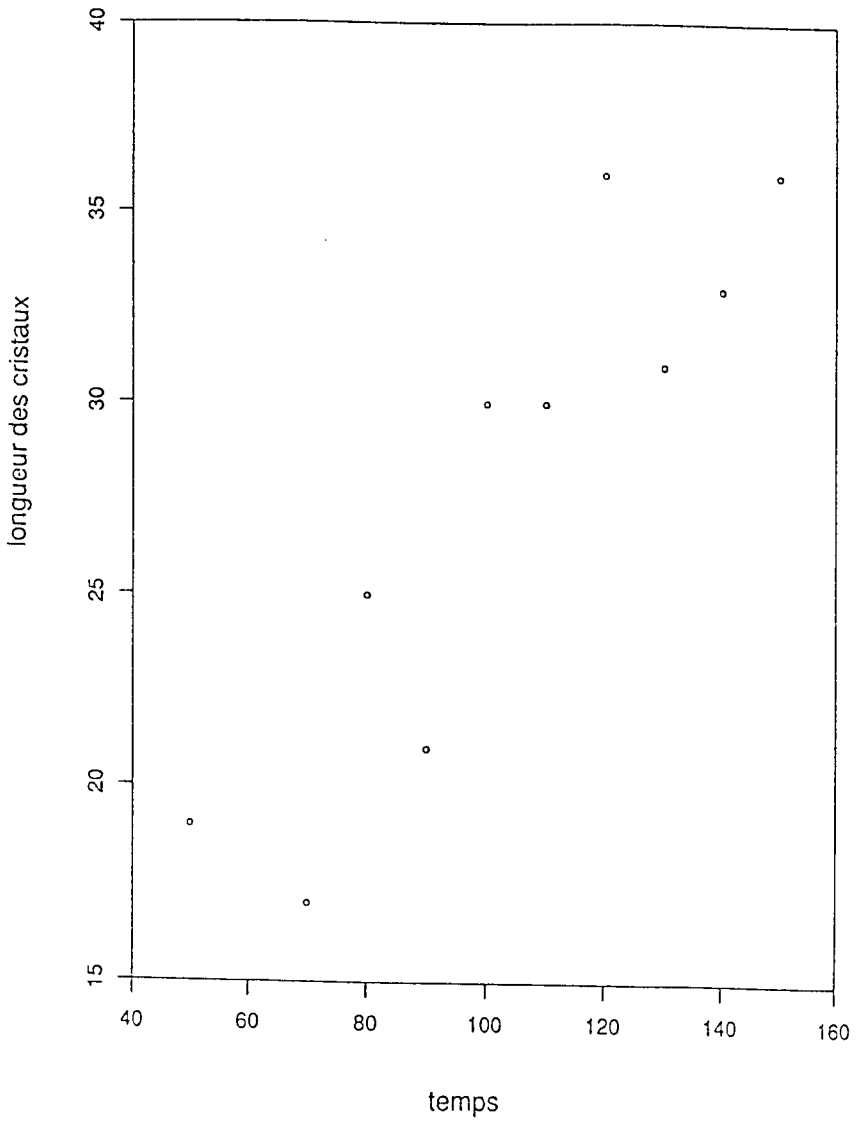
1 point 1 pente

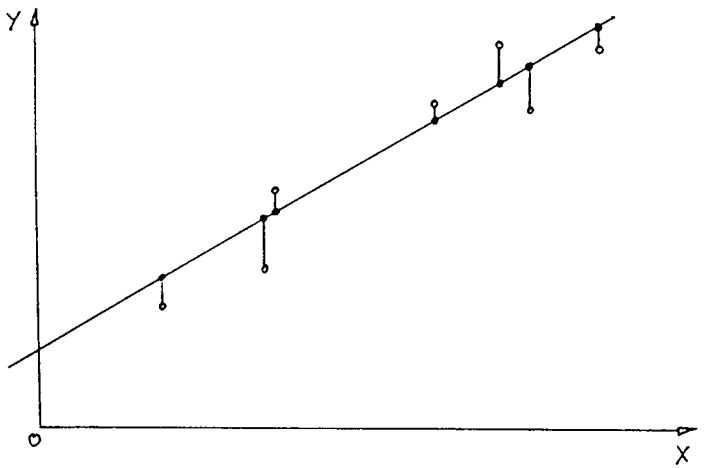
(0,a)

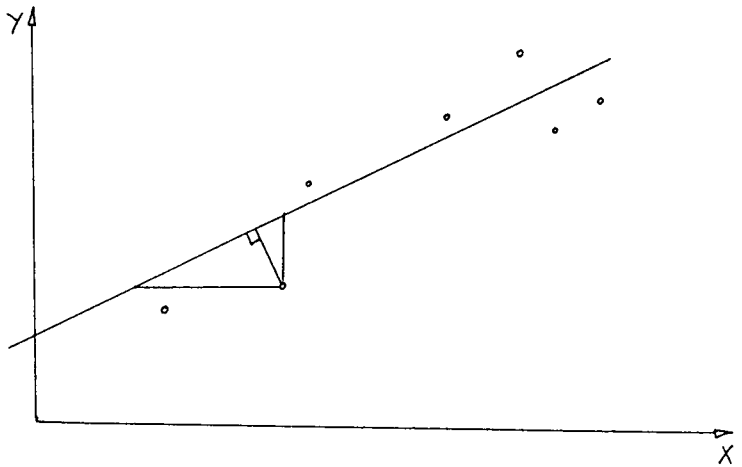
une droite = 1 point + 1 pente

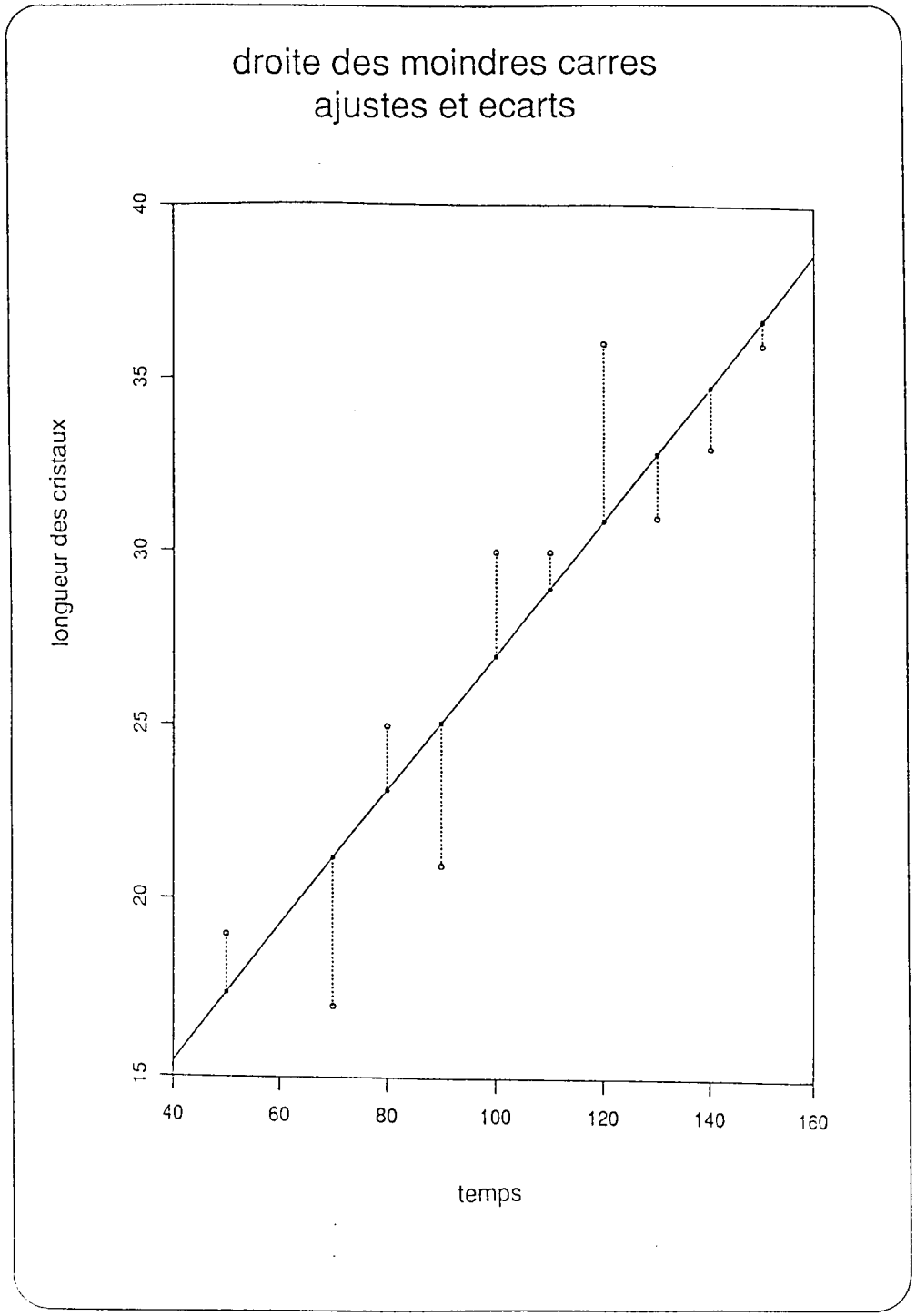
pente positive
pente négative
pente nulle
droite parallèles même pente

les donnees


longueur des cristaux
15
20
25
30
35
40
40
60
80
100
120
140
160
temps

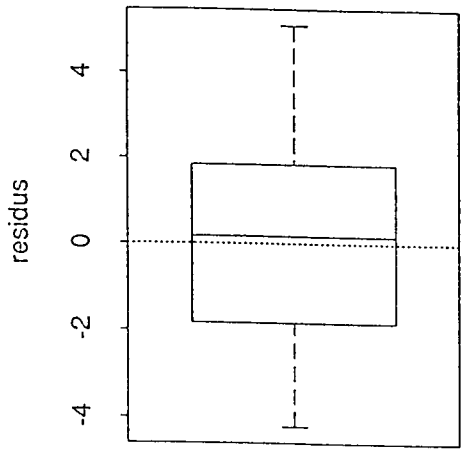

Y
O
X

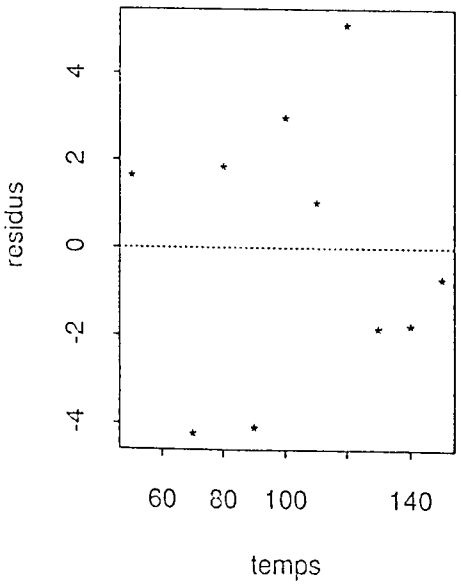

Y
X

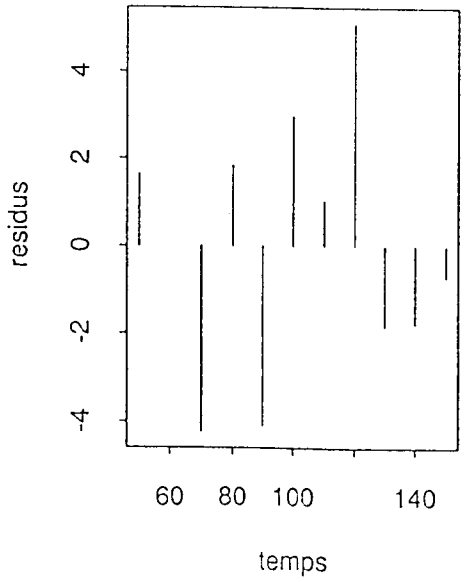

droite des moindres carres
ajustes et ecarts
longueur des cristaux
temps
15
20
25
30
35
40
40
60
80
100
120
140
160

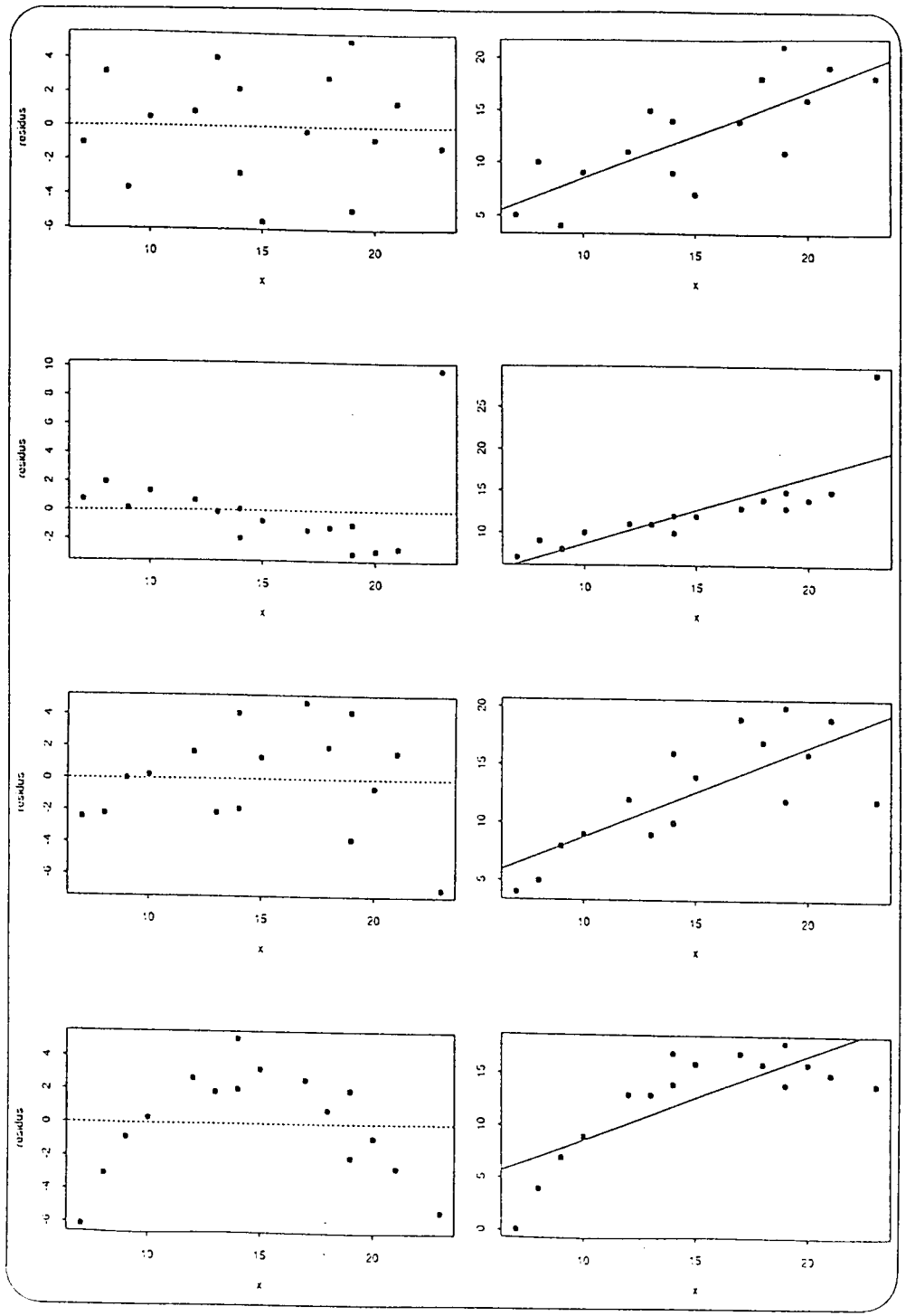
les residus - representations graphiques

```
N = 10    Median = 0.1688312
Quartiles = -1.831169, 1.844156

Decimal point is at the colon

  -4 : 21
  -3 :
  -2 :
  -1 : 93
  -0 : 7
   0 :
   1 : 068
   2 :
   3 : 0
   4 :
   5 : 1
```





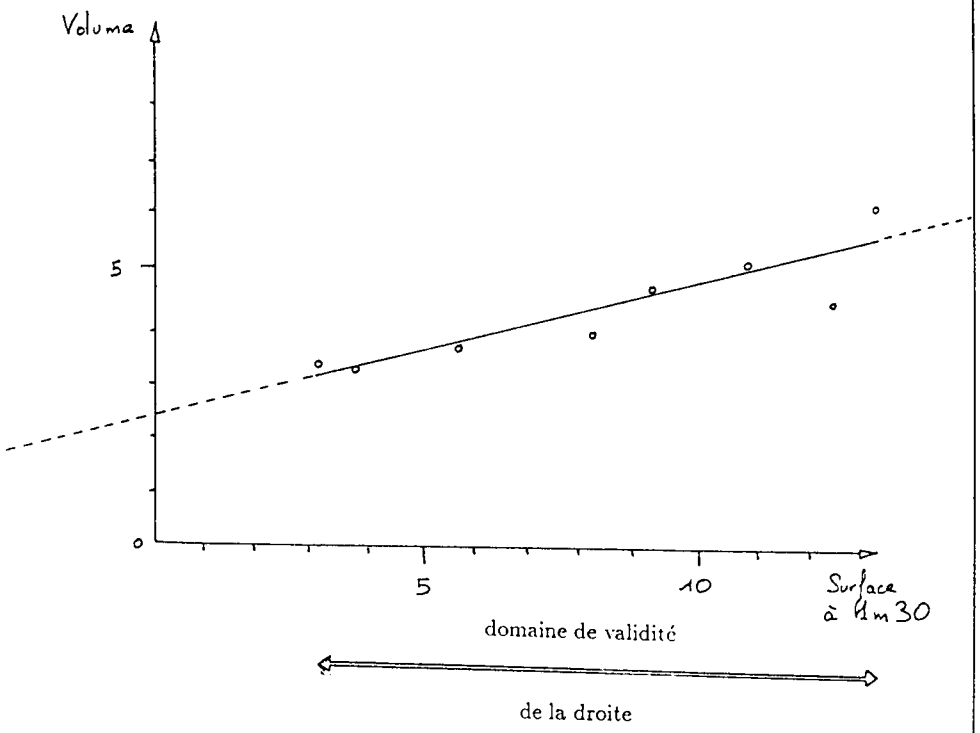


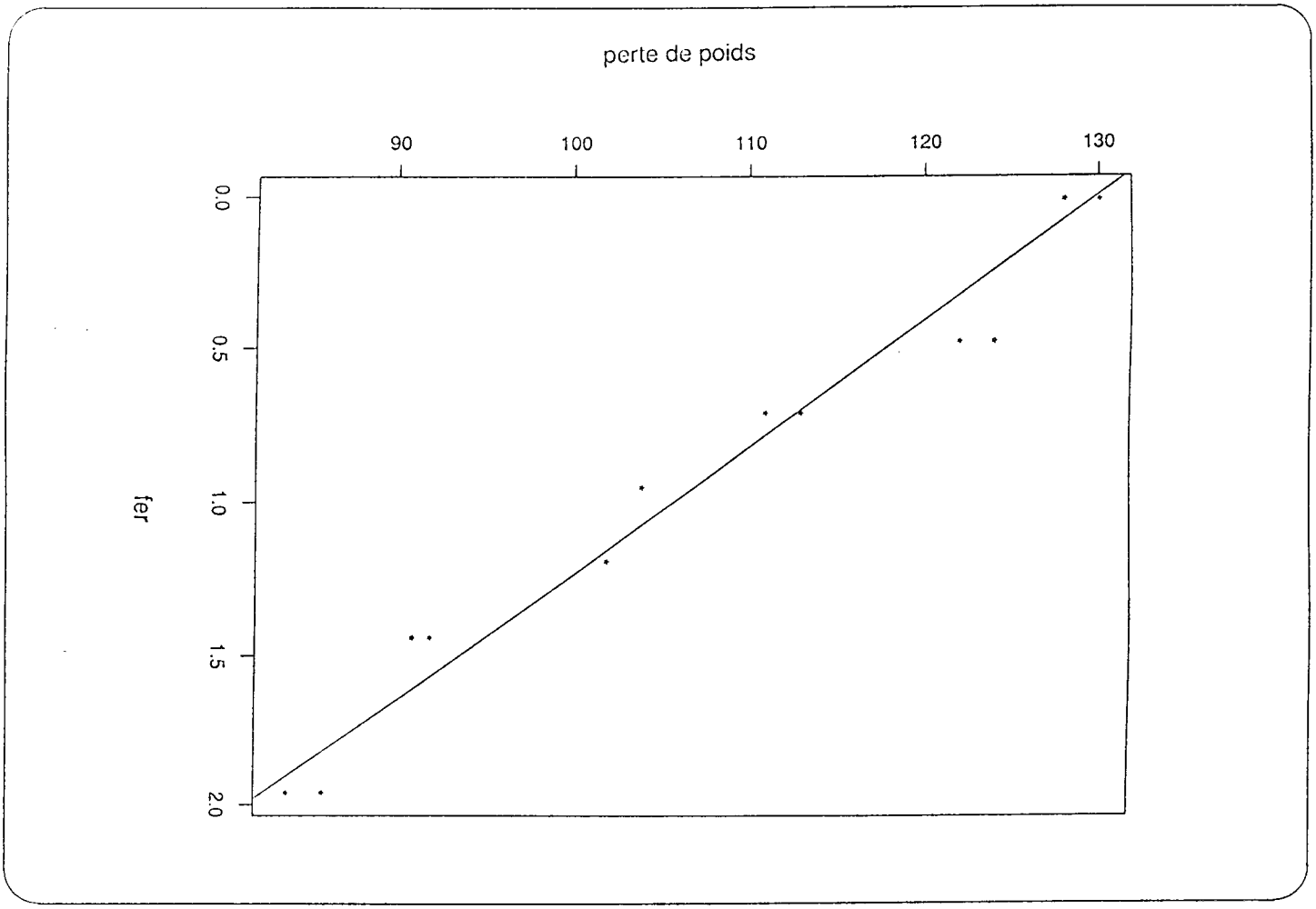

résidus
x

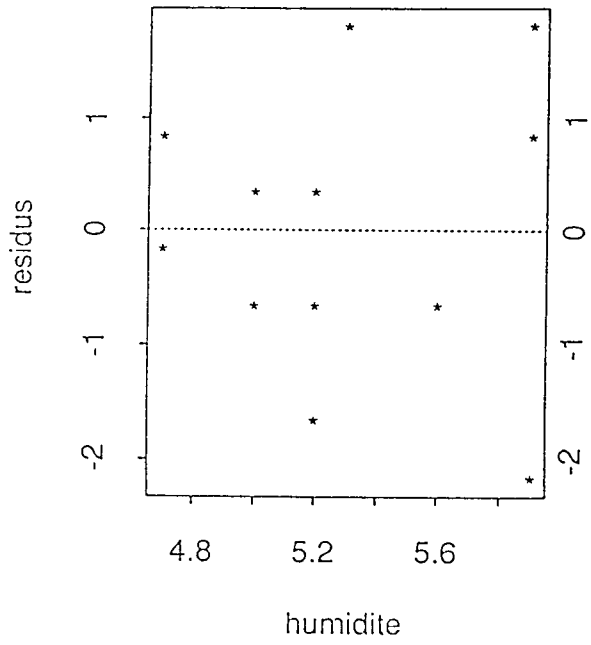
Epiceas

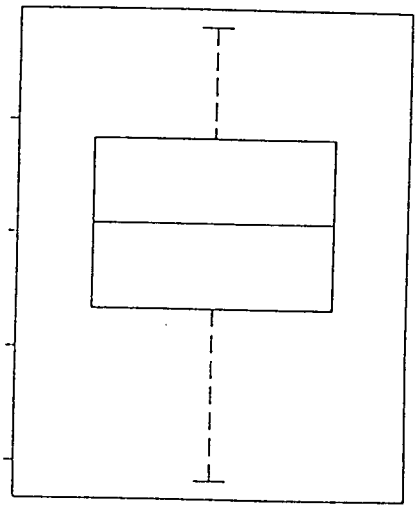
Y = volume de l'arbre

X = surface du tronc mesurée à 1 m 30




perte de poids
90
100
110
120
130
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
fer





```
N = 12    Median = 0.0833333
Quartiles = -0.666667, 0.833333

Decimal point is at the colon

  -2 : 2
  -1 : 7
  -0 : 7772
   0 : 3388
   1 : 88
```