Scénario 2

PLANIFICATION EXPERIMENTALE

1 Présentation générale

1.1 Objectifs :

Mettre en œuvre la stratégie choisie pour le recueil des données.

- Citer quelques plans d'expérience classique
- Répartir les traitements sur les unités expérimentales selon un plan d'expérience donné.
- Expliquer l'importance des répétitions dans les préélèvements d'échantillons.

1.2 Les étapes

1. Rappel du vocabulaire de base (scénario 1)
2. Nécessité des répétitions. Où l'on s'aperçoit que pour comparer deux traitements, il faut avoir une idée de la variabilité de la mesure.
3. Introduction d'un facteur Blocs pour tenir compte de l'hétérogénéité des unités expérimentales.
4. Randomisation : on explique l'intérêt de ce tirage au hasard; on en réalise un avec différents moyens.
5. Evaluation collective de l'acquisition de la notion de bloc par discussion sur des exemples de stagiaires (fin de la première séance)
6. Dispositif en carré latin. On envisage de s'accomoder de deux facteurs de variations parasites.
7. Evaluation collective : facteur bloc et dispositif en carré latin
8. Facteur obtenu par croisement de deux autres : pour étudier les effets croisés de deux facteurs d'intérêt.
9. Dispositif en parcelles divisées (split-plot)
10. Dispositif en blocs incomplets
11. Evaluation individuelle sur questionnaire QCM anonyme dépouillé collectivement

1.3 Matériel

Tableau noir, blanc plutôt que papier (trop petit)
Projecteur de transparents
Feutre à transparent lavable (pour réutilisation ultérieure)
Chapeau ou sac, petits cartons, avec des numéros ou balles numérotées
Dés : quelques dés à 10 faces, sinon à 6 faces
11 transparents, 2 ou 3 transparents vierges.

1.4 La forme

Interactive : le formateur introduit un problème, pose une question. On attend la réponse des stagiaires. Néanmoins le scénario se parcout de façon linéaire et ne permet pas de s'orienter en fonction de questions éventuelles.

1.5 Durée

Deux séances de 3 heures.

1.6 Prérequis

Le vocabulaire du scénario 1.
Avoir participé à la mise en place d'une expérience, ou à la récolte de données expérimentales.

1.7 Evaluation

Deux étapes d'évaluation collective orale pour

- La notion de bloc : étape 5
- La nation de bloc, de plusieurs facteurs parasites : étape 7

Une étape finale d'évaluation individuelle par questionnaire QCM.

2 Les étapes

2.1 Etape 1 : Rappel du vocabulaire de base acquis avec le scénario 1.

Obtenir les définitions ou des exemples pour les mots suivants :

- variable mesurée
- facteur de variation, introduit pour être étudié, ou introduit à cause de l'hétérogénéité des unités expérimentales
- unité expérimentale (= parcelle)

2.2 Etape 2 : Nécessité des répétitions

Ordre au choix, ou seulement un seul des exemples 1 et 2.

Exemple 1 Ficus (Dagnélie 1981 page 106) : l'objectif de cette expérience est d'étudier l'effet de la température du sol sur la croissance de *Ficus elastica* ROXB. L'essai est réalisé en serre. Les températures prises en considération sont 15°, 20°, 25°, 30° à 12 cm de profondeur, toutes autres conditions de culture étant en principe uniformes. On a mesuré l'accroissement en hauteur pendant une période de 8 mois. On a obtenu les mesures suivantes : (*écrire au tableau*)

Température	15°	20°	25°	30°
Accroissement (mm)	174	205	218	247

Conclusion? (on attend des réponses : plus on chauffe, plus ça pousse ...)
Sur une 2e rangée de groupes de plantes dans la même serre on a obtenu (ajouter une ligne au tableau) :

Accroissement	154	200	222	200

Conclusion? (on remet en doute la conclusion précédente, quelle série de mesures est bonne? ...)
On a encore de la place dans la serre, d'où 2 séries de mesures complémentaires :

Accroissement	177	185	214	177
Accroissement	117	209	229	238

Conclusion? (faire préciser la variabilité des mesures pour une même température, la nécessité de faire des répétitions pour l'apprécier ... Les stagiaires devraient proposer de remplacer les 4 lignes par les moyennes (ajouter une ligne au tableau :

Accroissement moyen	156	198	223	231

Que conclure sur l'effet de la température? Peut-on oublier qu'il s'agit de moyennes? Faire comparer les moyennes à 25° et à 30° , différence = 8 et les étendues pour ces 2 températures :

à 25° : 229 - 218 = 11
à 30° : 247 - 177 = 70

Pour apprécier une différence de moyenne (ici = 8) il faut la comparer à la variabilité entre les répétitions pour une même température : cette variabilité doit être mesurée, c'est l'erreur ou variabilité incontrôlable de

l'expérience. Plus cette variabilité est faible, mieux on mettra en évidence des différences entre traitements différents (traitement = niveau du facteur étudié).

Exemple 2 : Pomme de terre (Dagnélie 1970, T2, pages 183)

Au cours d'un essai en champs, on se propose de comparer 4 traitements fongicides à un témoin non traité pour le rendement en tubercules de pommes de terre. On dispose dans ce but de parcelles de $50m^2$ chacune. (Même méthode que pour exemple 1 - écrire les lignes une par une)

Traitement	A	B	C	D	T
Rendement	606	650	662	562	500

Le traitement C est le meilleur... ils sont tous meilleurs que le Témoin...).
On avait 10 parcelles :

Rendement	533	567	504	667	333

(D est le meilleur... . B et D sont les deux meilleurs...).
Que conclure?
On avait 20 parcelles

Rendement	604	600	708	550	408
Rendement	527	633	642	623	377

Les répétitions permettent d'appréhender la variabilité des rendements pour un meme traitement

Etendues	79	83	204	117	167
Moyennes	568	612	629	600	404

Une différence de deux (moyennes de) traitements pour etre jugée significative, doit être grande devant la variabilité entre les répétitions.
grande = à définir plus précisemment. Ce sont les calculs de l'analyse de la variance = comparaison de la variabilité *entre* (les moyennes par) traitements à celle *dans* les traitements.

Dans notre exemple

A meilleur que T
B meilleur que T
C meilleur que T
D meilleur que T

sont des conclusions sérieuses, mais

C meilleur que D

ne l'est pas. D'ailleurs la 1ère série de mesures nous aurait fait conclure le contraire.

écrire au tableau

Sans répétition $\Longrightarrow$ erreur de décision plus probable.

2.3 Etape 3 : Introduction du facteur Blocs

Exemple 1. Ficus (suite).

En fait les 16 groupes de plantes correspondent à des planches dans deux serres ayant chacune deux rangées de 4, l'une au nord, l'autre au sud. (transparent T1)
Demander une répartition des températures sur les parcelles = choisir un plan d'expérience ou un dispositif expérimental.
S'ils ne sont pas proposés, afficher les plans suivants et obtenir leur critique. (superposer le transparent T2).
Faire un vote pour choisir. Demander aux votants leurs arguments. Les laisser s'expliquer entre eux, noter leurs idées avant d'intervenir.

Plan Ficus-1 : Si les plantes à 15 ° sont plus petites que celles à 20 °, c'est peut-être en partie à cause de la différence d'exposition. Si on échange 15 ° et 20 °, on va peut être masquer un effet température = différence de hauteur de plante due à la différence entre les températures.

Plan Ficus-2 : C'est mieux. (transparent T3)
En fait on soupçonne les 4 banquettes de correspondre à des conditions différentes pouvant avoir un effet sur la croissance : on définit un 2ème facteur de variation le facteur Blocs.
Combien de niveau à ce facteur?
Décrire le plan Ficus-2 pour définir (vocabulaire) le plan en blocs complets pour comparer 4 niveaux du facteur étudié (Température) il faut 4 parcelles par blocs : on applique tous les *traitements* dans chaque bloc.

Remarque : le nombre de blocs est quelconque. On peut utiliser une 3ème serre. Chaque traitement est appliqué autant de fois qu'il y a de blocs.

Complément facultatif : si on peut avoir des blocs avec plus de parcelles que de traitements, on peut répéter des traitements dans les blocs. Il vaut mieux répéter les traitements de façon identique dans chaque bloc.

Exemple. 4 blocs de 6 parcelles :

bloc 1 :	15	20	20	25	25	30
bloc 2 :	15	20	20	25	25	30
bloc 3 :	15	20	20	25	25	30
bloc 4 :	15	20	20	25	25	30

plan en bloc complet avec 2 répétitions des niveaux 20 ° et 25 ° dans chaque bloc.

Attention : bien distinguer le nombre de répétitions d'un traitement dans chaque bloc (c'est ça les vraies répétitions) et le nombre de répétitions du traitement sur l'ensemble du dispositif.

Peut être le faire préciser à chaque fois.

Exemple 2. Pomme de terre (suite)

Les 20 parcelles dont on dispose ne sont pas toutes identiques : orientation, pente (voir sens du ruisseau), abri d'une rangée de peupliers, proximité d'une route.
On se doute que certaines parcelles sont plus fertiles que d'autres ... Montrer la figure du transparent 4.

Faire des groupes de parcelles aussi semblables que possibles. Chaque stagiaire reçoit une copie du transparent 4 et fait des blocs - pas forcément de même taille, pas forcément les mêmes selon les facteurs qu'on juge les plus influents.

En faire une répartition sur le transparent projeté.

Question : Comment répartir les 5 traitements A,B,C,D,T?
se pose la question de la taille des blocs...
Si on affecte toutes les parcelles d'un bloc a un même traitement, peut-on distinguer l'augmentation de rendement due à la différence de traitement et celle due à la différence de blocs.
Arriver à des blocs de 5 parcelles, les représenter sur la figure 4 et à un plan d'expérience en bloc complet.
Faire construire sa définition.

Remplir, au tableau, le tableau suivant, pour chacun des 2 exemples

Facteur étudié :	Nom : .....
	Nb de niveaux : .....
Facteur blocs correspond à quelle variabilité des parcelles :	
	Nb de niveaux : .....
Titre : Dispositif (plan d'expérience) en blocs complets	

Selon l'ordre dans lequel on a traité ces deux exemples, on peut échanger les étapes 4 et 5.

2.4 Etape 4. Randomisation (= tirage au sort)

Exemple 2 (suite)

Comment répartir les traitements sur les parcelles dans les blocs : dans l'ordre A.B.C.D.T? Ca mettra T toujours le plus au nord possible dans le bloc ...est-ce une bonne idée? Si on ne s'est pas débarrassé de tous les facteurs de variation en créant les blocs ...que faire pour éviter une répartition systématique et créer ainsi sans le savoir une confusion d'effets?
Randomiser c'est-à-dire tirer au hasard la répartition des traitements dans les blocs
$\Longrightarrow$ dispositifs en blocs complets randomisés
ou blocs aléatoires

Autre façon de commencer : On n'a pas réussi à se mettre d'accord sur la constitution des blocs mais on sait qu'il y a des différences entre les parcelles.
Comment répartir les traitements? au hasard.
Contester un ordre systématique ABCDTABCDT ...par une influence possible du traitement voisin par exemple.

Réalisation d'un plan complètement randomisé (ou aléatoire)

Définition : chaque parcelle a la même probabilité de se voir affecter un traitement donné.
Envisager les moyens de faire le tirage avec

- un chapeau (sac) et des tickets, ou des balles numérotées
- des dés
- un ordinateur
- une table de nombres au hasard (nombres aléatoires).

On explique que l'ordinateur reproduit ce qu'on fait avec le chapeau ou avec un dé à 10 faces; qu'une table de nombres au hasard est un exemple de ce qu'il sort. Dire que pour obtenir des nombres entre 0 et 999 il suffit de tirer 3 chiffres successifs. Que le groupement par 5 (ou autre) est juste pour la lisibilité du tableau.
On tire d'abord l'ordre dans lequel on s'occupe des différents traitements : exemple C D T A B E puis on tire une parcelle du 1er bloc, on lui affecte C, une deuxième parcelle du 1er bloc, on lui affecte D... jusqu'à épuisement du 1er bloc. On recommence avec le 2ème bloc (pas question de reprendre la même suite de tirage).

On remarque que les tirages sans remise du chapeau sont plus rapides qu'avec le dé (qui peut redonner des numéros de parcelles déjà tirées).
Montrer la table de permutations aléatoires qui correspond donc à une sortie d'ordinateur de tirages avec remise.

2.5 Etape 5. Evaluation collective de la notion de *"blocs"*

Reprendre une expérience d'un stagiaire où on avait des blocs. Discuter de pourquoi ces blocs, ou pourquoi pas de blocs ...de quels blocs on aurait pu mettre.

Fin de la première séance

2.6 Etape 6. Carré latin

Exemple 1 (suite et fin). Ficus. Ressortir le transparent T1.

On a défini un premier facteur bloc associé aux banquettes (dessinées en lignes).
Et s'il y avait d'autres facteurs de variation?
Les faire trouver
a. orientation E/O
b. proximité des portes
c. proximité d'un autre traitement
d. ...

Pour régler le sort des facteurs a et b des blocs correspondant aux colonnes seraient adaptés. Comment concilier ça avec les blocs-lignes définis précédemment?

Faire construire un carré latin 4x4. Sur un transparent vierge posé sur T1 y mettre le titre Dispositif Ficus-3. Construire sa définition.
Faire un 2e carré latin 4x4 (il y en a 4) qui ne soit pas seulement un changement des numéros de lignes et de colonnes.

Facultatif :

Randomisation d'un carré latin d'après Cochran et Cox (1968) page 121.

Carré 3x3	tirer au hasard l'ordre des colonnes et des 2 dernières lignes
Carré 4x4	tirer au hasard un carré parmi les 4 carrés possibles.
	tirer au hasard les colonnes et les lignes
Carré 5x5 et plus	tirer au hasard les colonnes, les lignes et les traitements.

2.7 Etape 7. Evaluation collective

- **Enoncé 1 :** Etude de la musique sur la production des ouvrières d'une usine textile.
  4 programmes musicaux et "pas de fond musical" sont à comparer. On peut tester un programme par jour.
  Les ouvrières travaillent 5 jours pas semaine.
  Comment faire l'expérience? pendant combien de temps?

  Solution : Faire préciser un facteur "jour" (Lu, Ma, Me, Je, Ve) pouvant intervenir sur le rendement $\Longrightarrow$ dispositif en blocs complets puis un facteur semaine (1e, 2e, ...) : l'effet bénéfique de la musique peut se tasser, ou au contraire prendre du temps ...
  $\Longrightarrow$ dispositif en carré latin.

Construire à chaque fois un dispositif précis (avec randomisation).
On peut donner des noms précis aux programmes musicaux.

- **Enoncé 2 :** A l'aide de 2 pièces de monnaie, randomiser le dispositif Ficus-2. Construire un dispositif en blocs complets randomisés = Ficus 7 (remplir avec eux un sur-transparent sur le transparent 2.1 y mettre le nom du dispositif en titre.

2.8 Etape 8 : Facteur obtenu par croisement de deux autres

Exemple 3. Moutarde

Cette expérience est destinée à obtenir l'adaptation à la sécheresse de deux variétés de moutarde (*Sinapis alba*).
On va compter, 34 jours après repiquage, sans arrosage, le nombre de racines tuberisées de chaque plante. Les racines apparaissent en cas de stress hydrique et sont une adaptation de la plante. En cas d'arrosage ces racines se transforment rapidement en racines normales.
On veut étudier deux variétés *Clause* et *Gisilba* et 2 intensités lumineuses (29000 lux = forte demande évaporative et 8000 lux = faible demande évaporative).

On dispose de blocs de 4 plantes.
Quels "traitements" faut-il considérer? dire ce qu'on doit choisir pour chaque plante ...
Compter le nombre de niveaux ...
Nouveau facteur obtenu par croisement des facteurs Variété (2 niveaux : C et g) et Lumière (niveaux L et l)

Choix d'un dispositif. Obtenir des propositions. Les noter. Faire voter puis argumenter.

1. le plan Moutarde 1 permet-il de comparer C et g?
   L et l?
   (non : confusion d'effet avec le facteur bloc)
2. le plan Moutarde 2 permet-il de comparer C et g?
   L et l?
   Quelle confusions?
3. le plan Moutarde 3 permet de comparer quoi?
4. le plan Moutarde 4 permet de comparer quoi?

Réponse : CL et gl d'une part
gL et Cl d'autre part

mais pas de comparaison possibles de :

CL à Cl	comparaison des intensités lumineuses à variétés égales
gL à gl	

CL à gL	comparaison des variétés à intensité lumineuse égale
Cl à gl	

Conclusion : le seul plan intéressant est le plan Moutarde 5 qui permet toutes ces comparaisons (avec moins de répétitions malheureusement ...)

◇ *Facultatif : notion d'interaction (voir évaluation scénario 8).*

Les données de l'expérience sont les suivantes : (transparent 7)
Que pensez-vous de la différence entre C et g ?
de celle entre L et l ?
Calculer les différences $CL - Cl$
et $gL - gl$
les ajouter sur le transparent (feutre délébile)
Sont-elles différentes ? Qu'est ce que cela veut dire ?

◇ *fin du facultatif*

Exemple 4 Agneaux (exemple de rechange) Pearce, 1978 page 155.

On veut étudier l'effet du choix de mélange de graminés (2 mélanges M et N) et de deux méthodes de pâturage (par bandes noté P, ou pâturage tournant noté Q) sur la croissance d'agneaux. On dispose de portées d'agneaux de race CLUN. On mesure le gain de poids entre le 1er avril et le 21 Juillet. Quels sont les blocs à considérer? Quelle taille (= nombre d'unités par blocs) devraient-ils avoir? Même méthode que ci-dessus. Notations à adapter.

Données	Blocs				Total
	1	2	3	4	
MP	254	269	251	248	1022
MQ	276	270	262	265	1073
NP	205	204	250	232	891
NQ	231	242	254	249	976

NB : l'interaction dans cette expérience n'est pas significative.

A partir de cette étape, tout est facultatif sauf l'évaluation (étape 11)

2.9 Etape 9 : Dispositif en parcelles divisées (split-plot)

Exemple 5 : Forêts

Une première expérience pour comparer 3 types d'exploitation forestière a été planifiée. De grandes parcelles sont nécessaires (environ 4 ha). Deux blocs de 3 parcelles sont disponibles. (transparent 8)
Quelques années plus tard, et avant la coupe, à la suite d'une maladie, 4 traitements phytosanitaires différents peuvent etre envisagés. On peut travailler avec des parcelles plus petites de 1 ha.

- Question : quel dispositif peut-on proposer pour ce 2ème facteur?
- Réponse : diviser les grandes parcelles en 4, et croiser dans chaque bloc, les types d'exploitation avec les traitements.

Le transparent 9 est à superposer. En rouge, remplir avec eux pour le facteur traitements phytosanitaires (niveaux abcd).

Bilan :

- On croise les deux facteurs $\Longrightarrow$ dispositif factoriel 3x4
- meilleure précision pour le 2ème facteur : il est répété 2(2 blocs) x 3(3 grandes parcelles) fois, alors que le 1er facteur est répété 2 fois.

- S'il y a un effet des grandes parcelles sur la mesure, cet effet est confondu avec l'effet du facteur ... (faire trouver : Exploitation)

C'est le dispositif en parcelles divisées ou split-plot (voir le vocabulaire).

Exemple 6 : Blé

Exercice : Distribuer 2 feuilles à chacun du transparent 10.

1. Comparer 2 variétés de blé et 5 fumures.
   A cause de contraintes techniques les variétés doivent être semées sur des bandes parallèles.
   Les fumures peuvent être appliquées sur des petites parcelles. La récolte peut également se faire par petites parcelles. La variable mesurée est le rendement.
2. Construire : un dispositif pour le facteur Variétés
   remplir la feuille
3. Construire : un dispositif pour le facteur Fumures
   remplir la feuille.
4. Comparer les solutions des stagiaires. Discussion. (Possibilité de 2 blocs de 4 ou 4 blocs de 2 pour Variétés, de blocs de 5, 10... pour Fumures).

◇ *Très facultatif : Si les fumures doivent aussi être appliquées sur de longues parcelles, que faire ?*
Réponse : Faire des grandes parcelles verticales $\Longrightarrow$ dispositif en parcelles croisées (criss-cross).

◇ *fin du très facultatif*

2.10 Etape 10. Dispositif en blocs incomplets

Blocs incomplets équilibrés (d'aprés Pearce 1965) On veut comparer 6 traitements pour leur effet sur des branches de pommier. La plupart des arbres ont 4 branches.

On propose le dispositif suivant : transparent 11)

Blocs	Traitements			
1	A	B	E	F
2	A	B	D	G
3	A	C	D	F
4	A	C	E	G
5	B	C	D	E
6	B	C	F	G
7	D	E	F	G

Questions :

- les blocs sont-ils complets?
- Combien de répétitions du traitements A, B,... G?
- Combien de fois A et B apparaissent-ils dans un meme bloc? (utile pour la précision de la comparaison de A et B)

de plus :

- les blocs ont tous même taille
- leur taille est inférieure au nombre de traitements
- aucun traitement n'est représenté plus d'une fois par bloc

C'est un dispositif en Blocs incomplets équilibrés

Intérêt : même précision pour toutes comparaisons de 2 traitements 2 à 2.

Dispositif de type S (S pour supplémentaire) Considérons le cas d'un ensemble de 4 traitements A,B,C,D à comparer à un témoin noté 0.
On dispose de 6 blocs de 3 parcelles.

Proposer le dispositif blocs incomplets équilibrés pour 6 blocs de 2 parcelles et 4 traitements. puis ajouter le traitement 0 (Montrer le transparent 12).

Solution :

bloc			
1	O	A	B
2	O	A	C
3	O	A	D
4	O	B	C
5	O	B	D
6	O	C	D

Nombres de répétitions de A. B. C. D. O?

Nombres de présences simultanées dans un bloc des couples (A.B), (A.C.), (A.D), (B.C), (B,D) , (A.O), (B.O), (C.O), (D.O)

Conclusion sur la précision des comparaisons de traitements?

Autre exemple : faire les mêmes comptages pour le dispositif suivant (transparent 13) :

bloc			
1	O	B	C
2	O	A	C
3	O	A	B
4	O	B	C
5	O	B	C
6	O	C	C

Dans quelle situation peut-il etre adapté?

Réponse : O a moins de parcelles que les autres parce qu'on sait par exemple qu'il est moins bon que les autres.

Par exemple A B C D sont des insecticides à comparer, O est le cas sans traitement. Il sert uniquement à ne pas conclure que les traitements sont efficaces quand il n'y a pas d'infestation. Un petit nombre de parcelles de O suffit à prouver la présence des insectes mais leur nombre doit être réduit pour limiter les foyers d'infestation.

2.11 Etape 11 : Evaluation individuelle

Distribuer la feuille d'évaluation du scénario 2.

Dépouillement et résultats statistiques concernant les réponses à faire collectivement si on veut profiter d'une dernière occasion de préciser des notions.

2.12 Points stratégiques

Différence traitement et facteur traitements
Distinction facteur, niveau d'un facteur
Distinction facteur, effet d'un facteur sur la variable mesurée
Confusion de l'effet d'un facteur avec l'effet d'un autre facteur

2.13 Mots-clés

(dans l'ordre où ils peuvent apparaitre)

variabilité, erreur
traitement (niveau d'un facteur traitements)
répétition
plan d'expérience = dispositif expérimental
effet d'un facteur
facteur blocs = facteur de variation due à l'hétérogénéité des parcelles
randomisation = tirage au sort
confusion d'effets
blocs complets randomisés ou aléatoires
carré latin
croisement de deux facteurs
plan factoriel

2.14 Vocabulaire

Facteur blocs
Facteur obtenu par croisement de deux autres
Facteur ou facteur de variation (factor)
Facteur traitements
Niveau de facteur (level)
Plan complètement randomisé ou plan complètement aléatoire (completely randomized design)
Plan d'expérience ou dispositif expérimental (experimental design)
Plan en blocs complets (complete blocks design)
Plan en carré latin (latin square design)
Traitement (treatment)
Unité expérimentale (experimental unit)
Variable mesurée (variate)

2.15 Références bibliographiques

COCHRAN W.G., COX G.M. (1968) *Experimental designs.* Wiley.

DAGNELIE P. (1970) *Théorie et méthodes statistiques.* I et II. Les Presses Agronomiques de Gembloux.

DAGNELIE P. (1981) *Principes d'expérimentation.* Les presses Agronomiques de Gembloux.

PEARCE S.C. (1978) *Introduction à la statistique en biologie.* INRA.

3 Annexes

3.1 Documents stagiaires

Présentation du scénario
Table de nombres au hasard
Table de permutations aléatoires
Transparents 1, 4, 10 (réduits, 2 copies sur la même page)
Feuille d'évaluation du scénario 2
Vocabulaire du scénario 2 (2 pages)

3.2 Documents formateurs

13 transparents numérotés 1 à 13
Version réduite avec espace pour notes personnelles
Carrés latins de base

3.3 Transparents

13 transparents numérotés 1 à 13