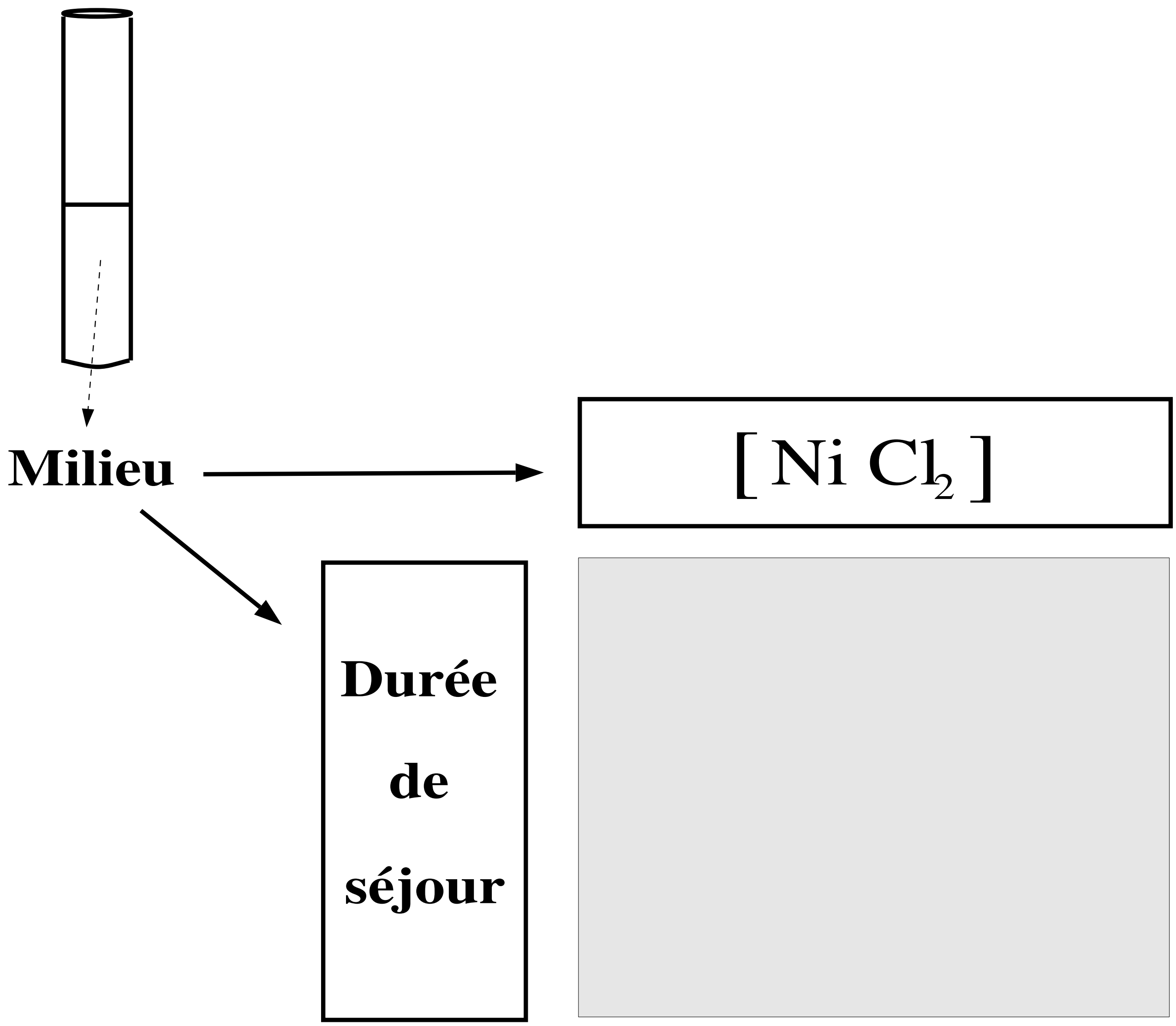
MODÈLES DE RÉGRESSION FACTORIELLE

Régression factorielle



Régression factorielle
plan :

Régression Factorielle

1. Exemple :
   - modèle additif (T4 —T9).
   - modèle interactif complet (T10).
   - les covariables (T11 — T12).

2. Estimation :
   - modèle de régression factorielle nb, cc (T13 — T16).
   - modèle de régression factorielle nb, cc, nb^2, cc^2 (T17).
   - modèle final : régression factorielle nb, cc, cc^2 (T18 — T19).

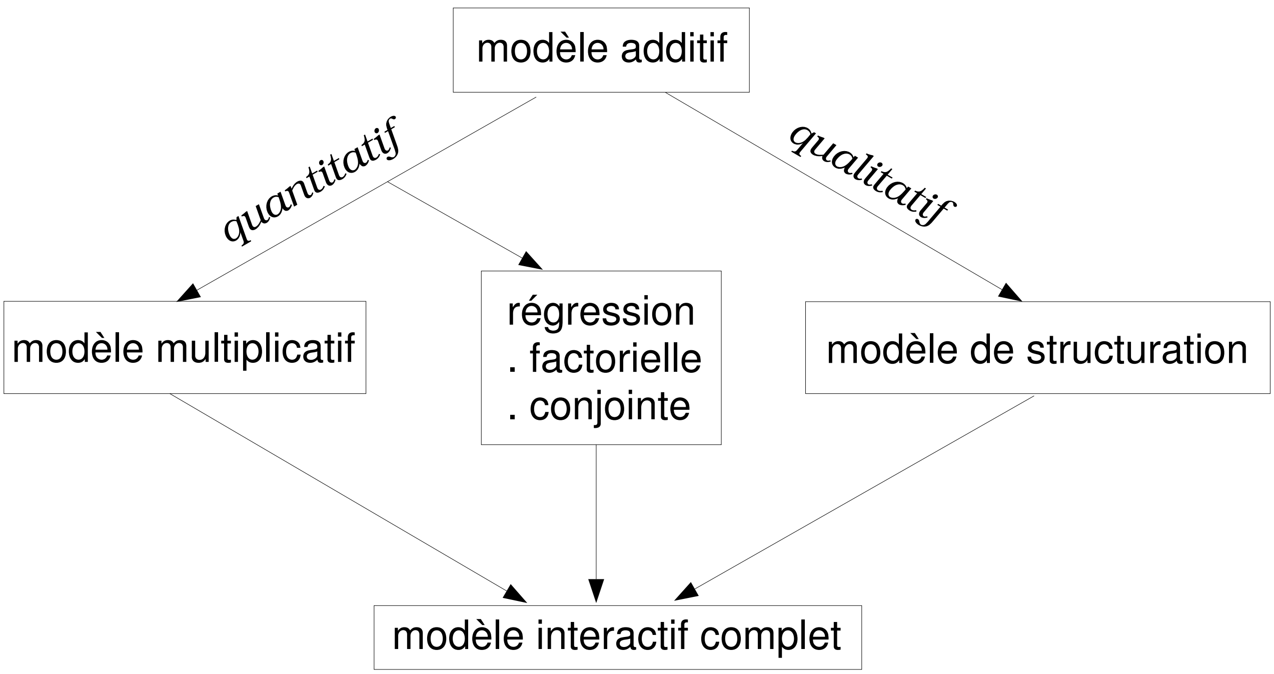
3. Décomposition :
   - le modèle additif comme cas particulier de régression factorielle (T20).
   - table récapitulative (T21).
   - dimension paramétrique des modèles (T22 — T26).
   - choix d'un sous-modèle (T27 — T34).

4. Points forts (T35).

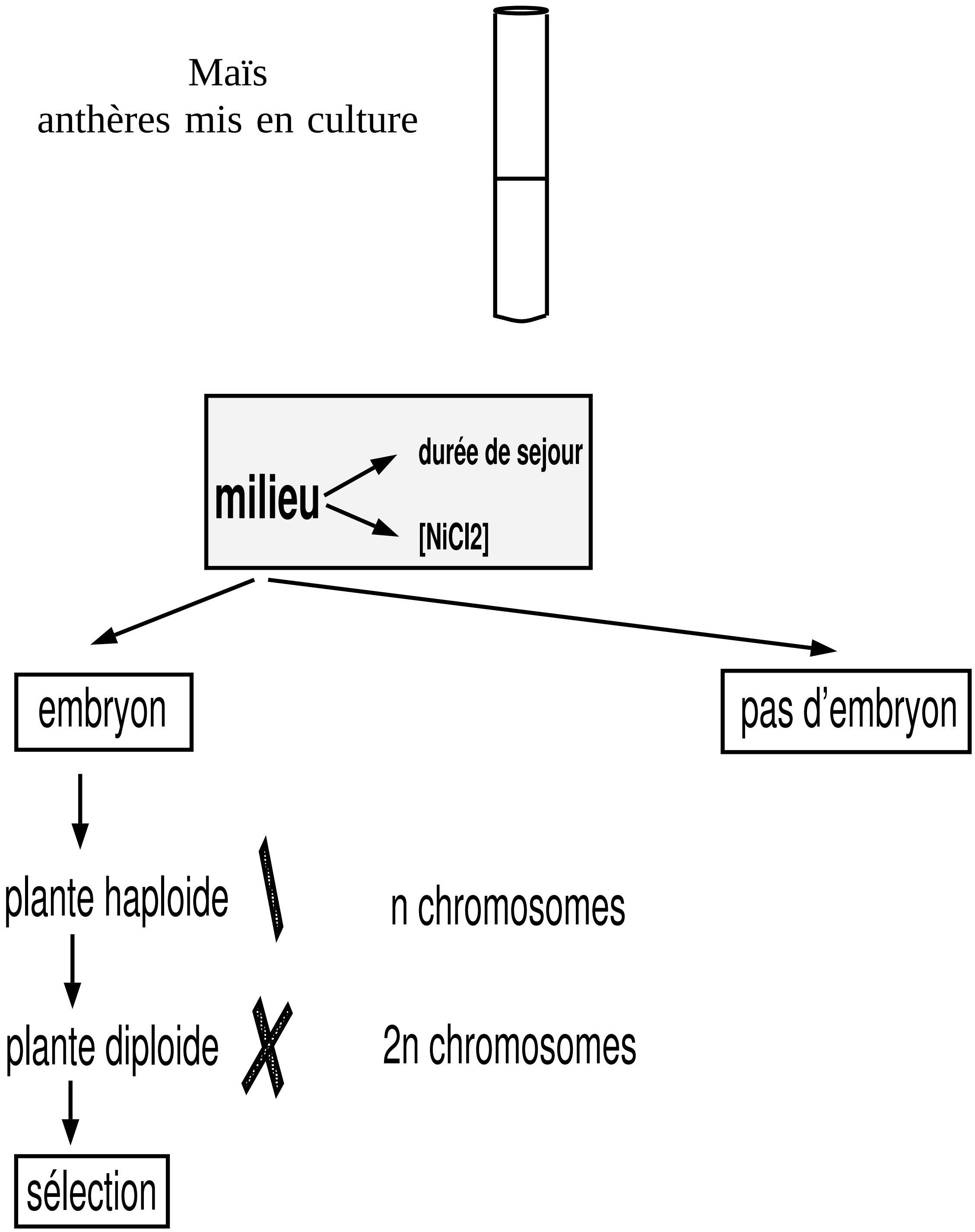
Régression Conjointe

1. un exemple traité (T36 — T42)

Régression factorielle



Le contexte


Maïs
anthères mis en culture
milieu
durée de sejour
[NiCl2]
embryon
pas d'embryon
plante haploide
n chromosomes
plante diploide
2n chromosomes
sélection

Les données

		[NICL2] (mmole/litre)				
		0	0.25	0.5	0.75	1
DUREE DE SEJOUR (jours)	1	• •	• •	• •	• •	• •
	7	• •	• •	$\arcsin\sqrt{N/100}$ $\arcsin\sqrt{N/100}$	• •	• •
	13	• •	• •	• •	• •	• •

		[NICL2] (mmole/litre)				
		0	0.25	0.5	0.75	1
DUREE DE SEJOUR (jours)	1	**0.54**	**0.81**	**0.87**	**0.81**	**0.78**
	7	**0.54**	**0.76**	**0.64**	**0.51**	**0.33**
	13	**0.53**	**0.39**	**0.12**	**0.07**	**0.10**

Le but

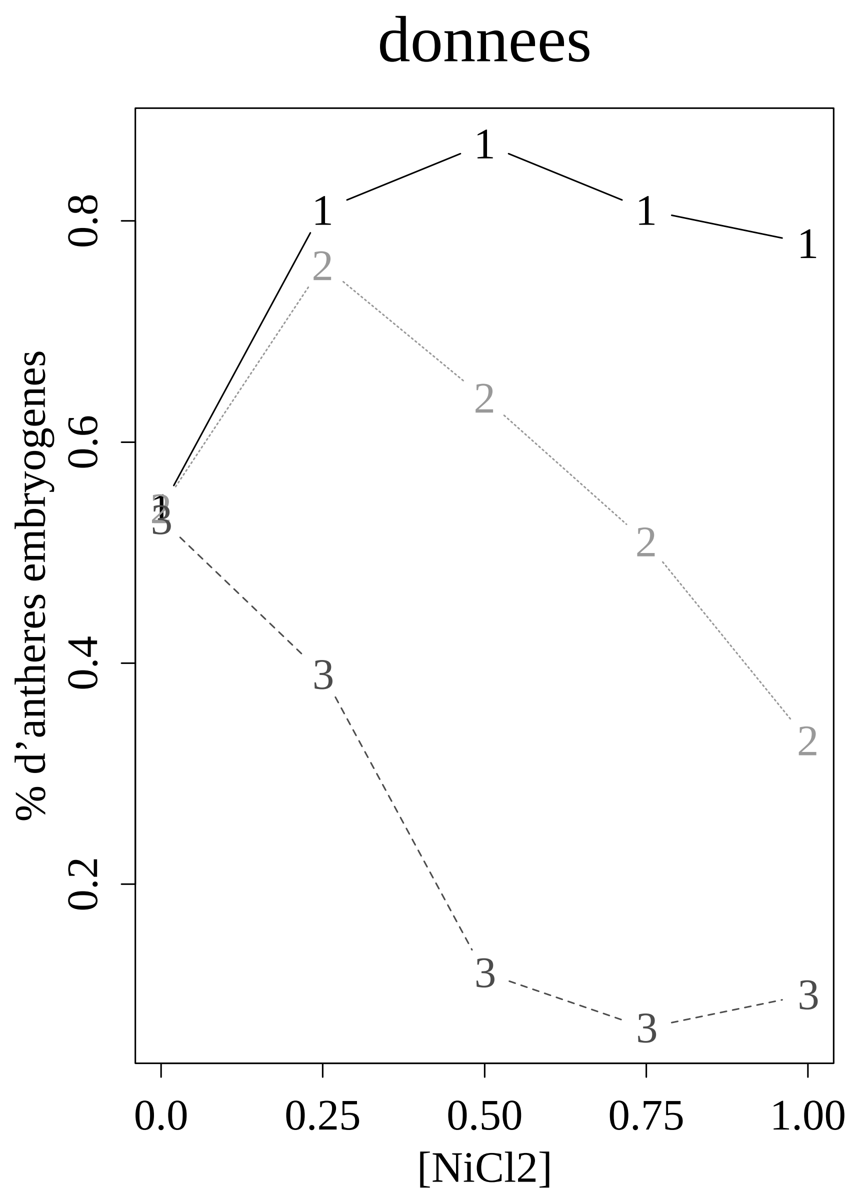
une variété
anthères à stade fixé

influence :

1. [NiCl2]
2. temps séjour

effets indépendants ?
quel type d'interaction ?

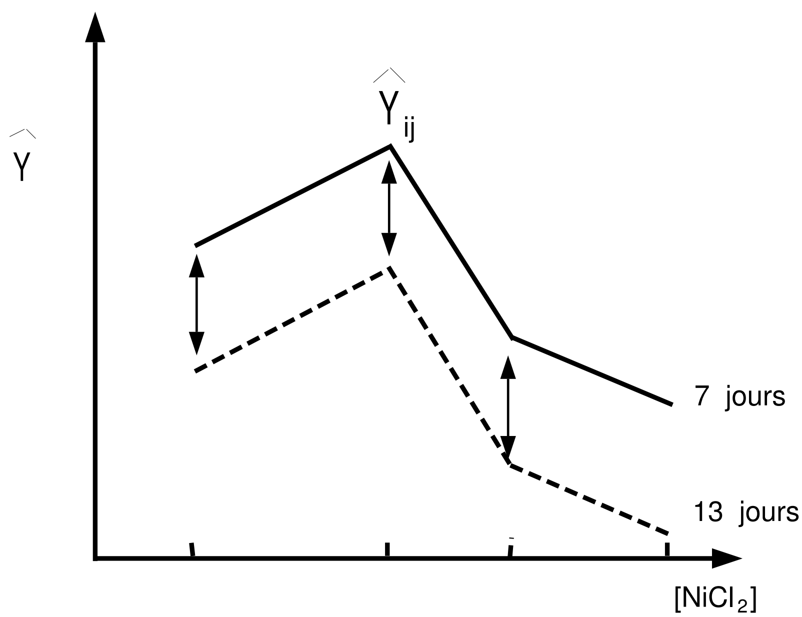
Représentation graphique des données



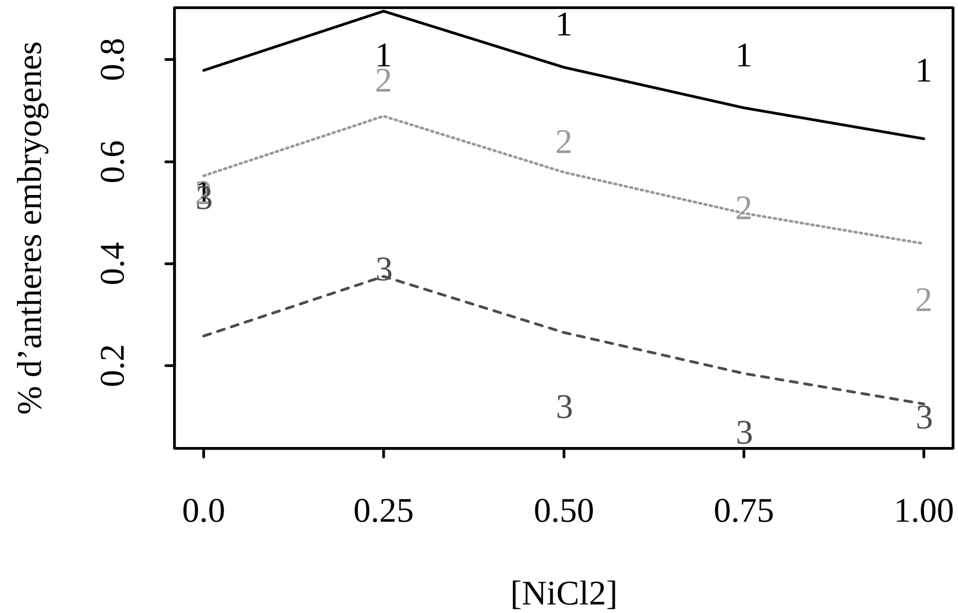
Modèle additif

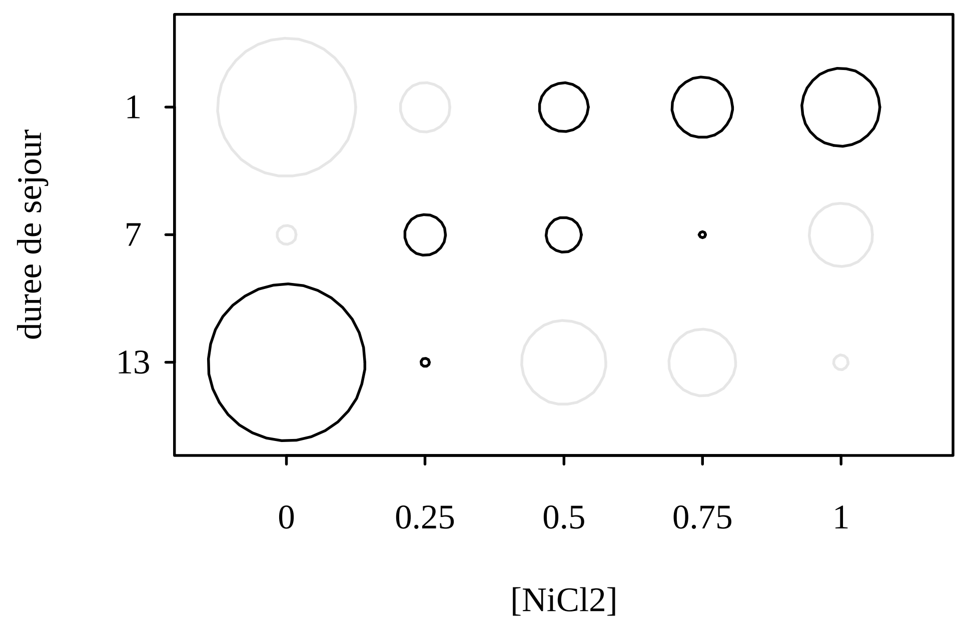
$$E(X_{ij}) = \mu + \alpha_i + \beta_j$$

		$[NiCl_2]$ j				
		0	0.25	0.5	0.75	1
DURÉE DE SÉJOUR i	1	•	•	•	•	•
	7	•	•	$moyenne\left(\text{arcsin}\,\sqrt{N/100}\right)$	•	•
	13	•	•	•	•	•



Modèle additif





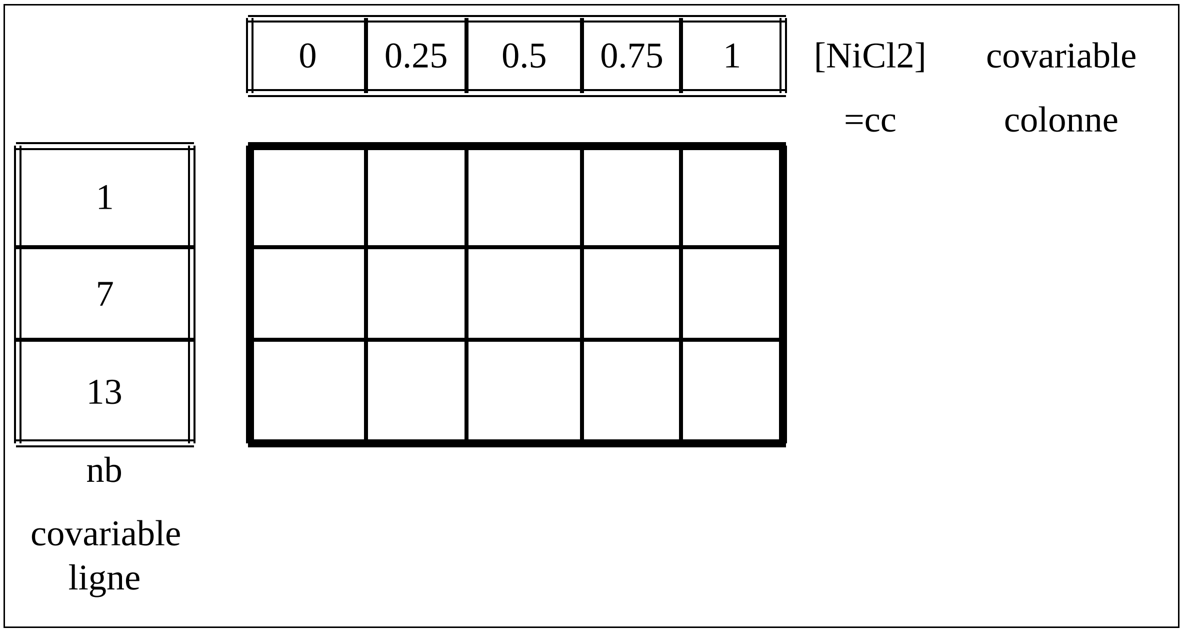
Modèle interactif complet

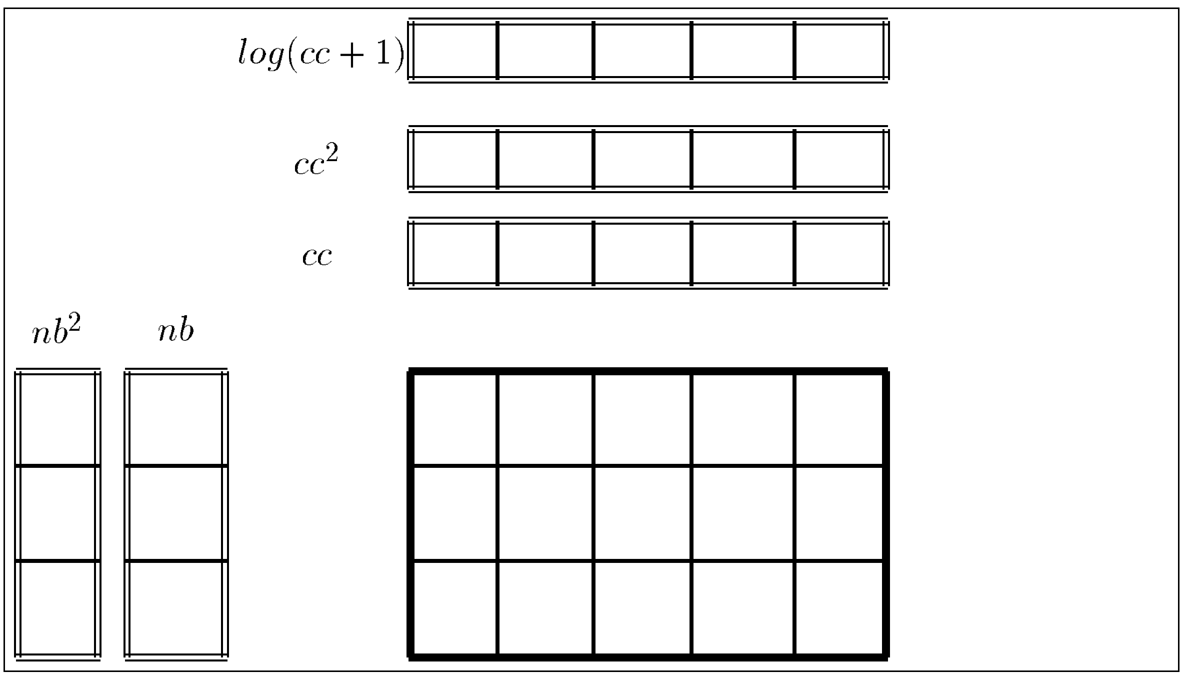
$$E(X_{ij}) = \mu + \alpha_i + \beta_j + \theta_{ij}$$

							$\widehat{\alpha_i}$
		-0.09					0.24
				$\widehat{\theta_{ij}}$			
$\widehat{\beta_j}$		0.13					$\widehat{\mu} = 0.52$

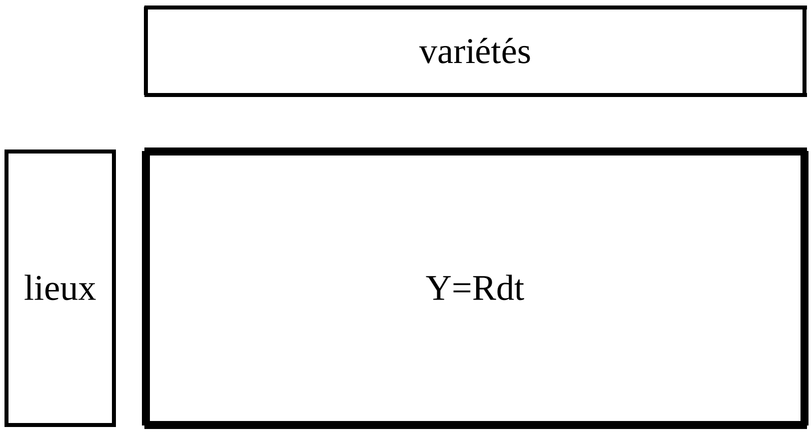
origine	SCE	DDL	CM	F	P
durée de séjour	0.6857	2	0.3429	34.6	0.0000 *
concentration	0.1063	4	0.0266	2.7	0.0708
interaction	0.2312	8	0.0289	2.9	0.0345 *
résiduelle pure	0.1479	15	0.0099		

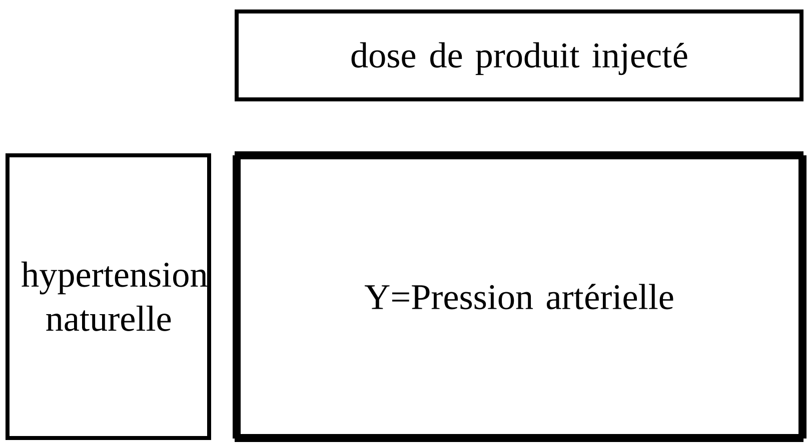
Les covariables





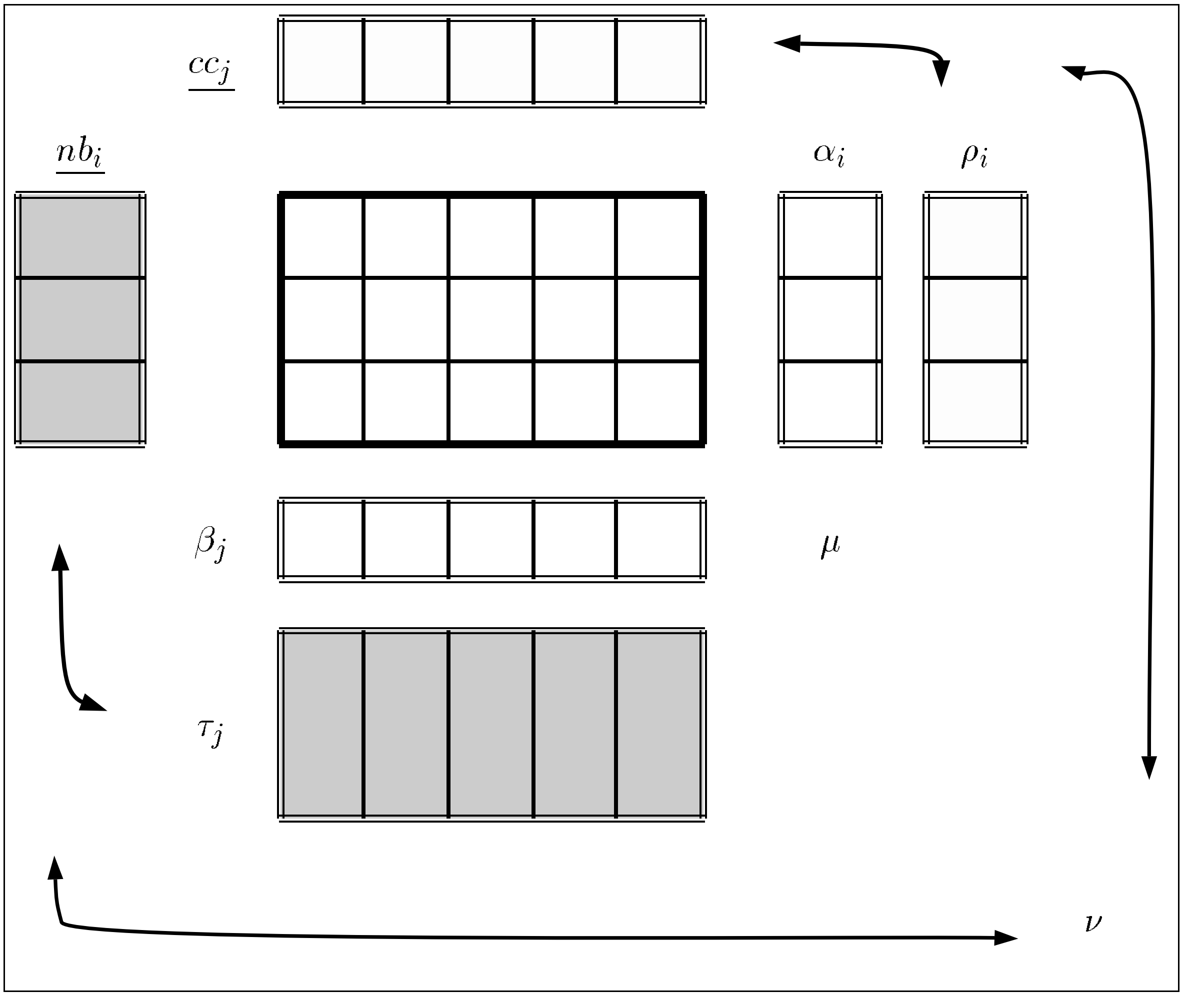
Exercice


variétés
lieux
Y=Rdt


dose de produit injecté
hypertension naturelle
Y=Pression artérielle

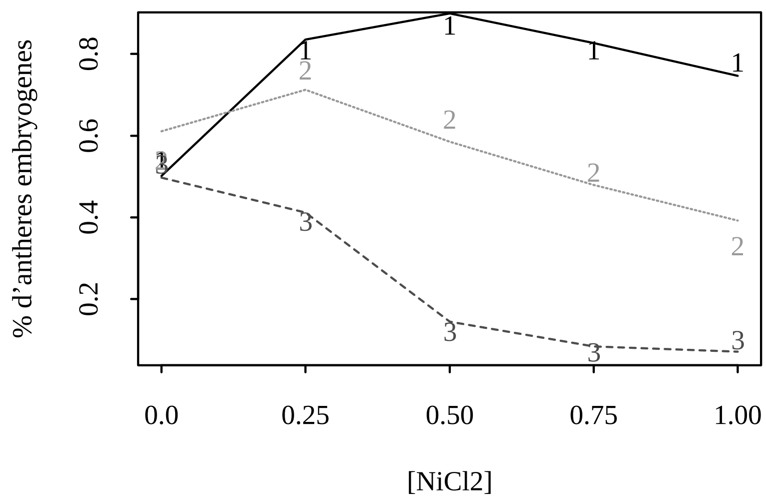
Régression factorielle covariables : nb, cc

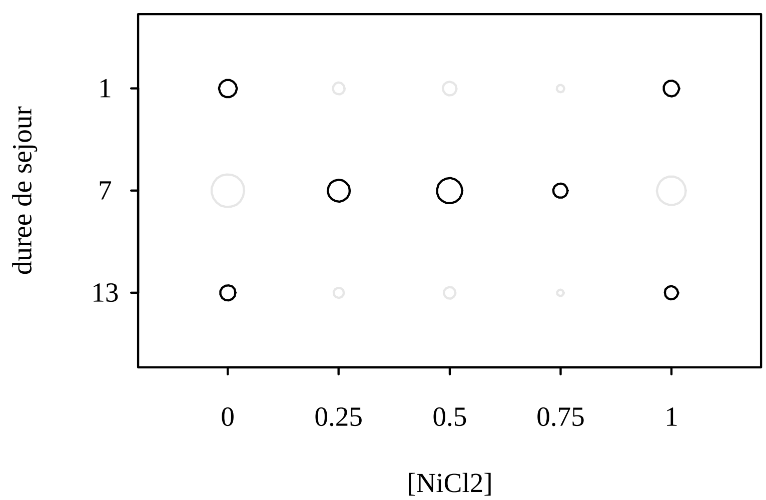
$$E(X_{ij}) = \underbrace{\mu + \alpha_i + \beta_j}_{partie\ additive} + \underline{nb_i}.\nu.\underline{cc_j} + \tau_j.\underline{nb_i} + \rho_i.\underline{cc_j}$$



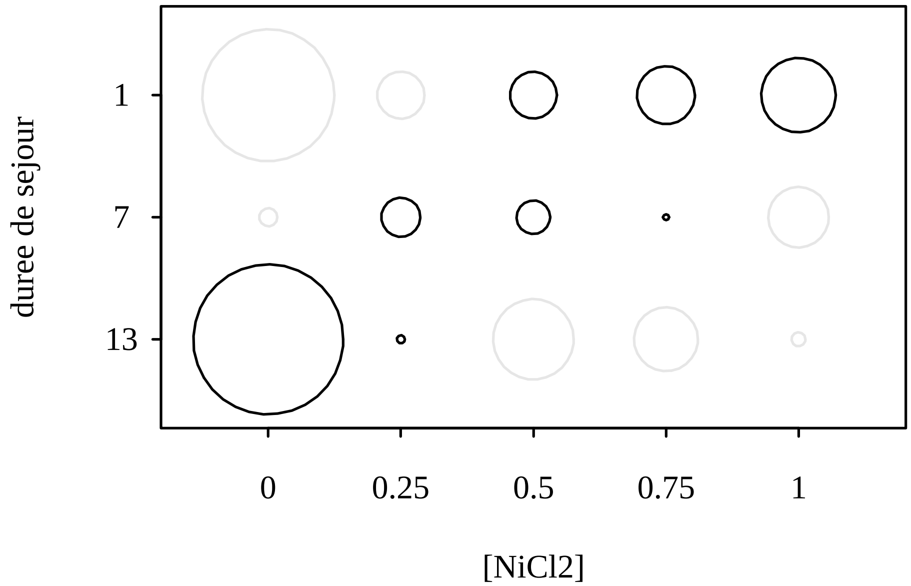
Régression factorielle
cov : nb, cc

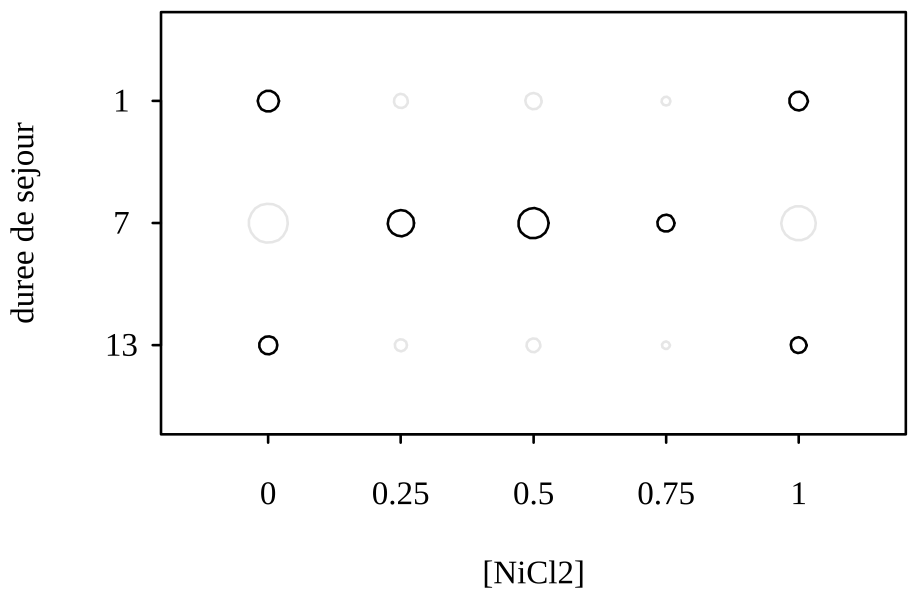
$$E(X_{ij}) = \underbrace{\mu + \alpha_i + \beta_j}_{partie\ additive} + \underline{nb_i}.\nu.\underline{cc_j} + \tau_j.\underline{nb_i} + \rho_i.\underline{cc_j}$$





Régression factorielle modèle additif — cov : nb, cc

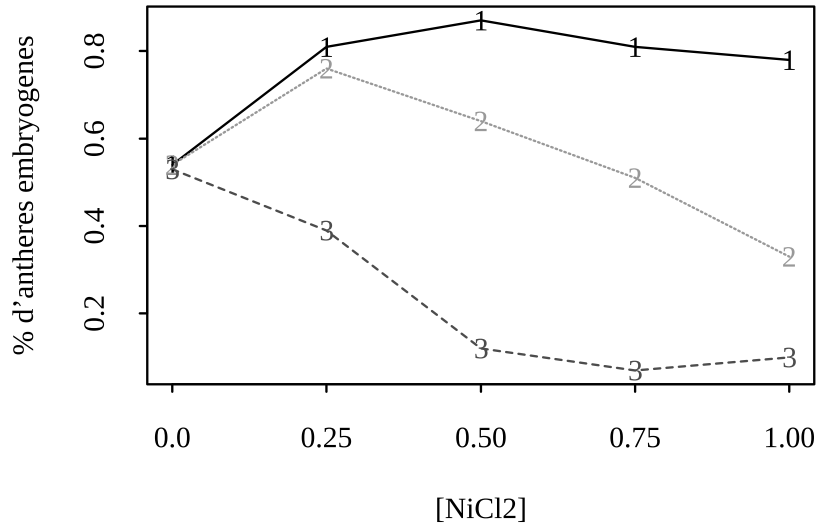


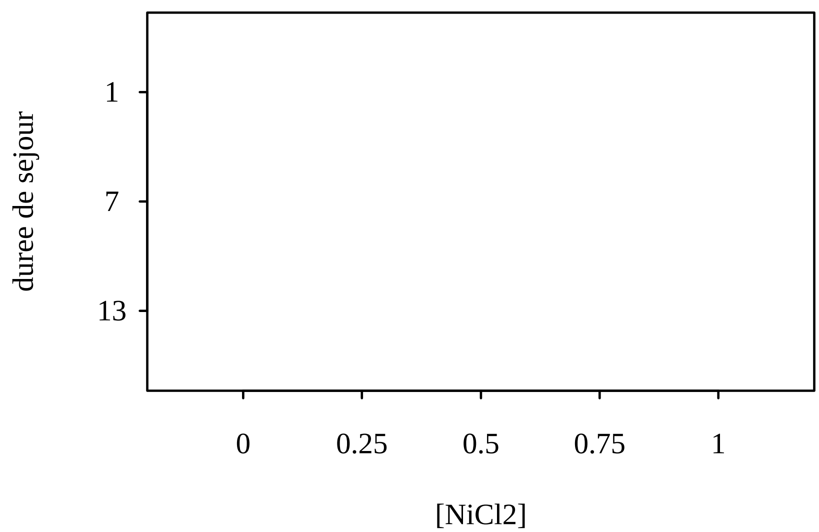


Régression factorielle
cov : nb, cc

origine	DDL	CM	F	P
Effet principal concentration β_j	4	0.0266	2.7	0.07
Effet principal durée α_i	2	0.3429	34.8	0.00 *
Interaction durée concentration	8	0.0289	2.9	0.03 *
$= \underline{nb_i}.\nu.\underline{cc_j}$	1	0.1348	13.7	0.00 *
$+ \tau_j.\underline{nb_i}$	3	0.0213	2.2	0.13
$+ \rho_i.\underline{cc_j}$	1	0.0098	1.0	0.35
résiduelle pure	15	0.0099		

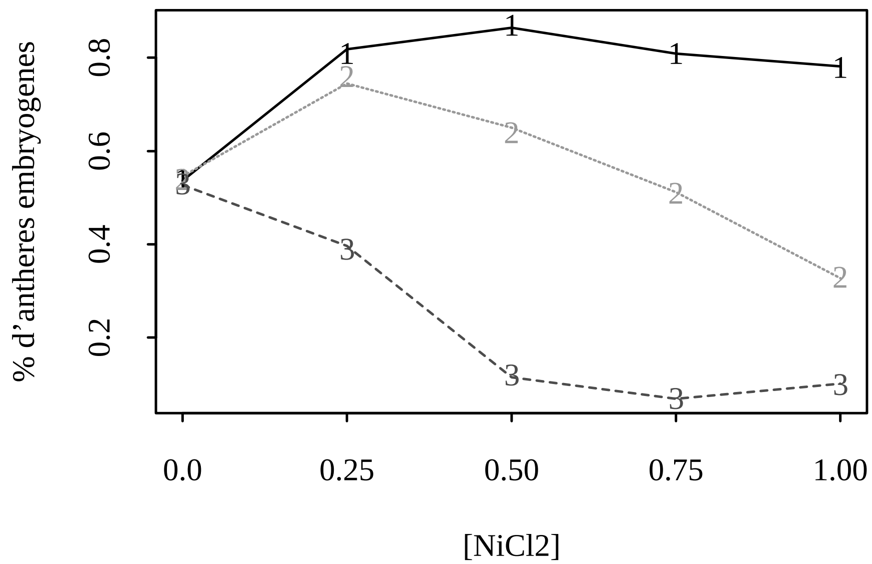
Régression factorielle
cov : nb, cc, nb^2, cc^2

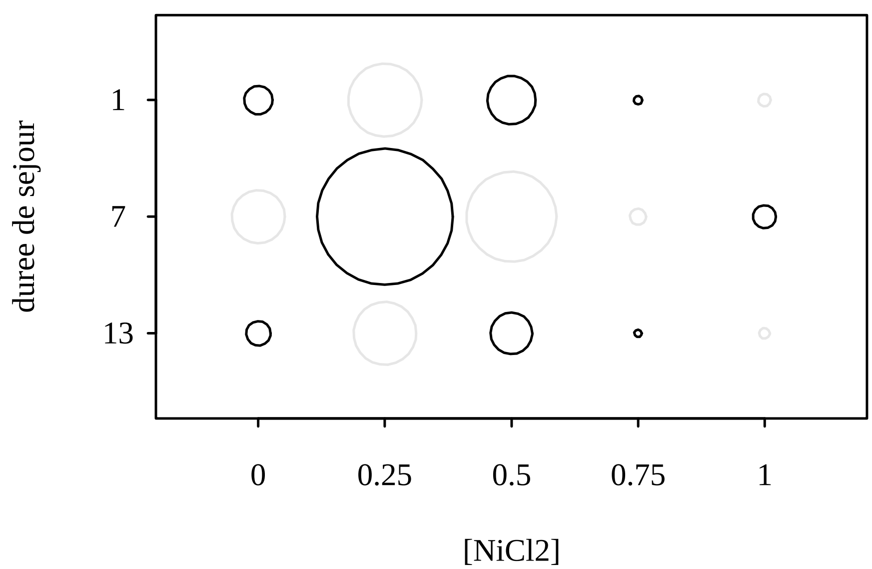




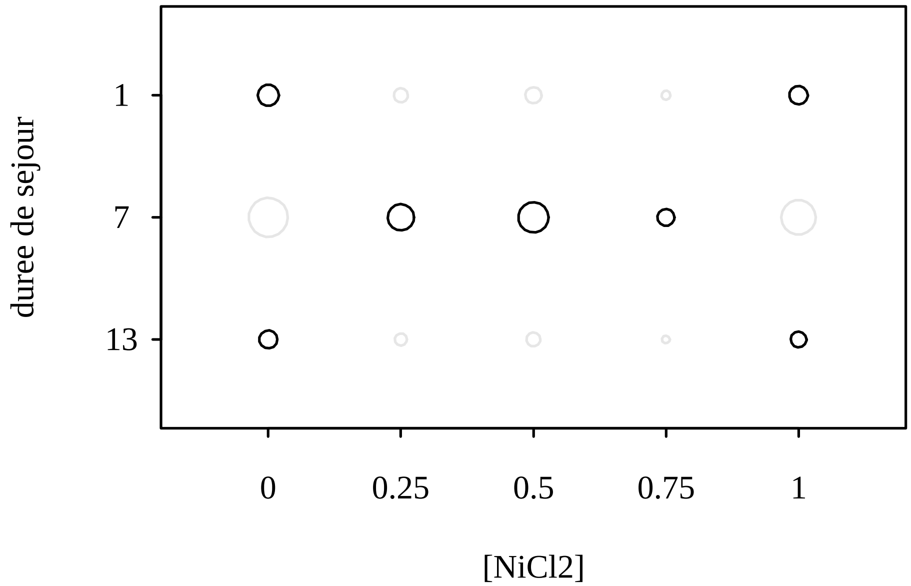
$\mathbf{nb}^2$ non significatif.

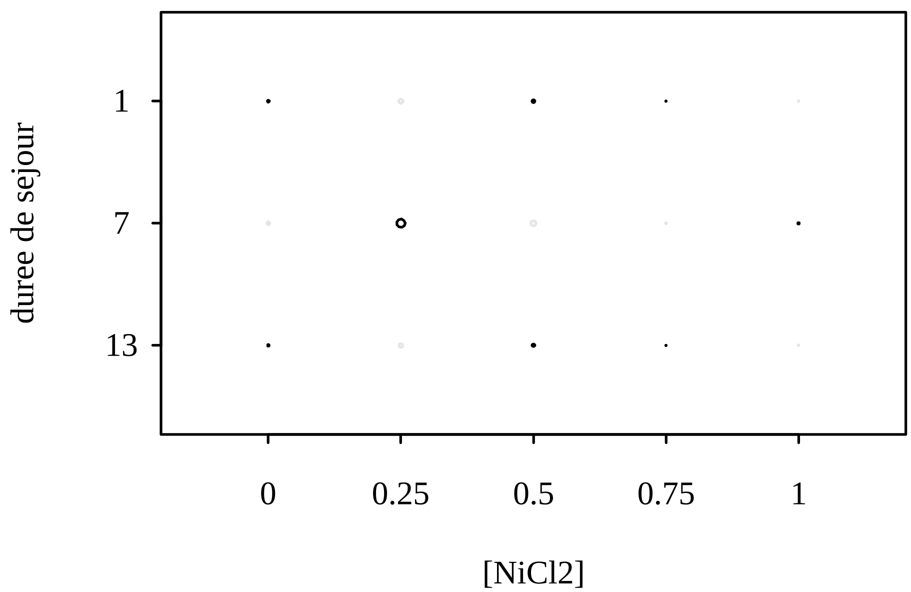
Régression factorielle
cov : nb, cc, cc^2
modèle final





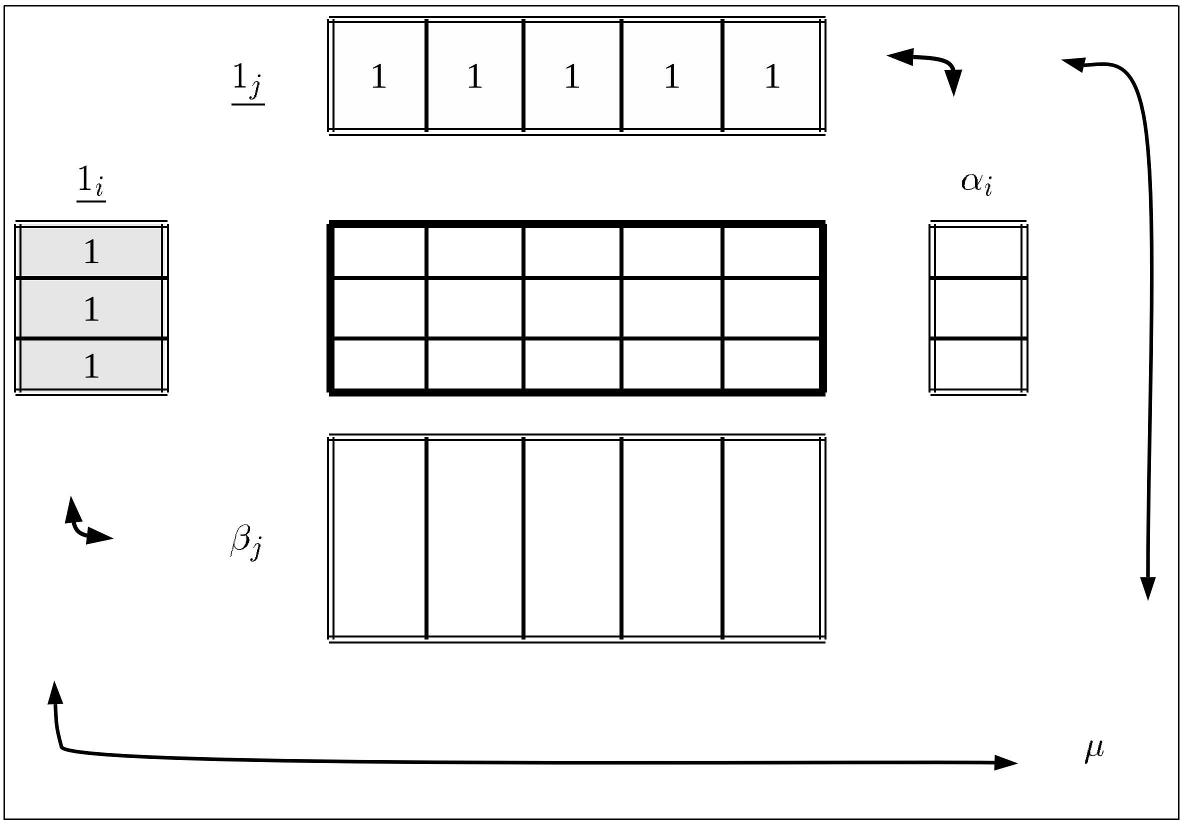
Régression factorielle
cov : nb, cc — cov : nb, cc, cc^2





Régression factorielle
le cas particulier du modèle additif

$$E(X_{ij}) = \mu + \alpha_i + \beta_j = \underline{1_i}.\mu.\underline{1_j} + \alpha_i.\underline{1_j} + \beta_j.\underline{1_i}$$



$\underline{1_j}$ $\underline{1_j}$

(Continued) Régression factorielle le cas particulier du modèle additif

$\underline{1}_i$	$\underline{1}_i.\mu.\underline{1}_j$	$\beta_j.\underline{1}_i$
	$\alpha_i.\underline{1}_j$	partie négligée de l'interaction

soit

$\underline{1}_i$	μ	β_j
	α_i	partie négligée de l'interaction

Régression factorielle
cov : nb cc — table récapitulative

modèle additif

	$\underline{1_j}$	reste
$\underline{1_i}$	μ	β_j
reste	α_i	partie négligée de l'interaction

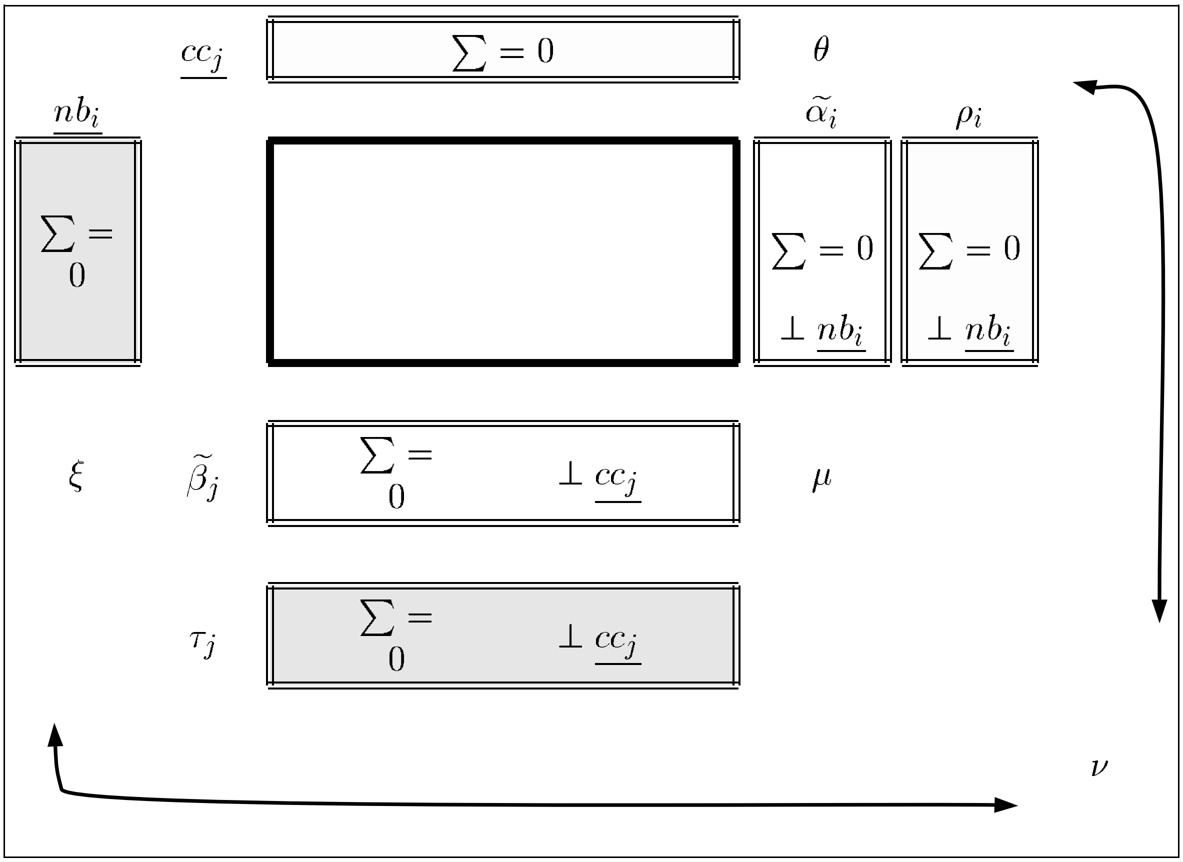
$$E(X_{ij}) = \overbrace{\mu + \alpha_i + \beta_j} + \underline{nb_i}.\nu.\underline{cc_j} + \tau_j.\underline{nb_i} + \rho_i.\underline{cc_j}$$

$$\theta.\underline{nb_i} + \widetilde{\alpha}_i \hookleftarrow \qquad \hookrightarrow \xi.\underline{cc_j} + \widetilde{\beta}_j$$

$$E(X_{ij}) = \overbrace{1_i.\mu.1_j + 1_j.\theta.\underline{nb_i} + 1_j.\widetilde{\alpha}_i + 1_i.\xi.\underline{cc_j} + 1_i.\widetilde{\beta}_j}$$
$$+ \underline{nb_i}.\nu.\underline{cc_j} + \tau_j.\underline{nb_i} + \rho_i.\underline{cc_j}$$

Régression factorielle
cov : nb cc — [degrés de liberté]

$$E(X_{ij}) = \overbrace{\mu + \overbrace{\theta.\underline{nb_i} + \widetilde{\alpha}_i} + \overbrace{\xi.\underline{cc_j} + \widetilde{\beta}_j}} + \underline{nb_i}.\nu.\underline{cc_j} + \tau_j.\underline{nb_i} + \rho_i.\underline{cc_j}$$



	$\underline{1_j}$	$\underline{cc_j}$	reste
$\underline{1_i}$	$\mu[1]$	$\xi[1]$	$\widetilde{\beta}_j[3]$

(Continued) Régression factorielle cov : nb cc — [degrés de liberté]

$\underline{nb_i}$	$\theta[1]$	$\nu[1]$	$\tau_j[3]$
reste	$\widetilde{\alpha}_i[1]$	$\rho_i[1]$	partie négligée de l'interaction$[3]$

Régression factorielle
centrage des covariables

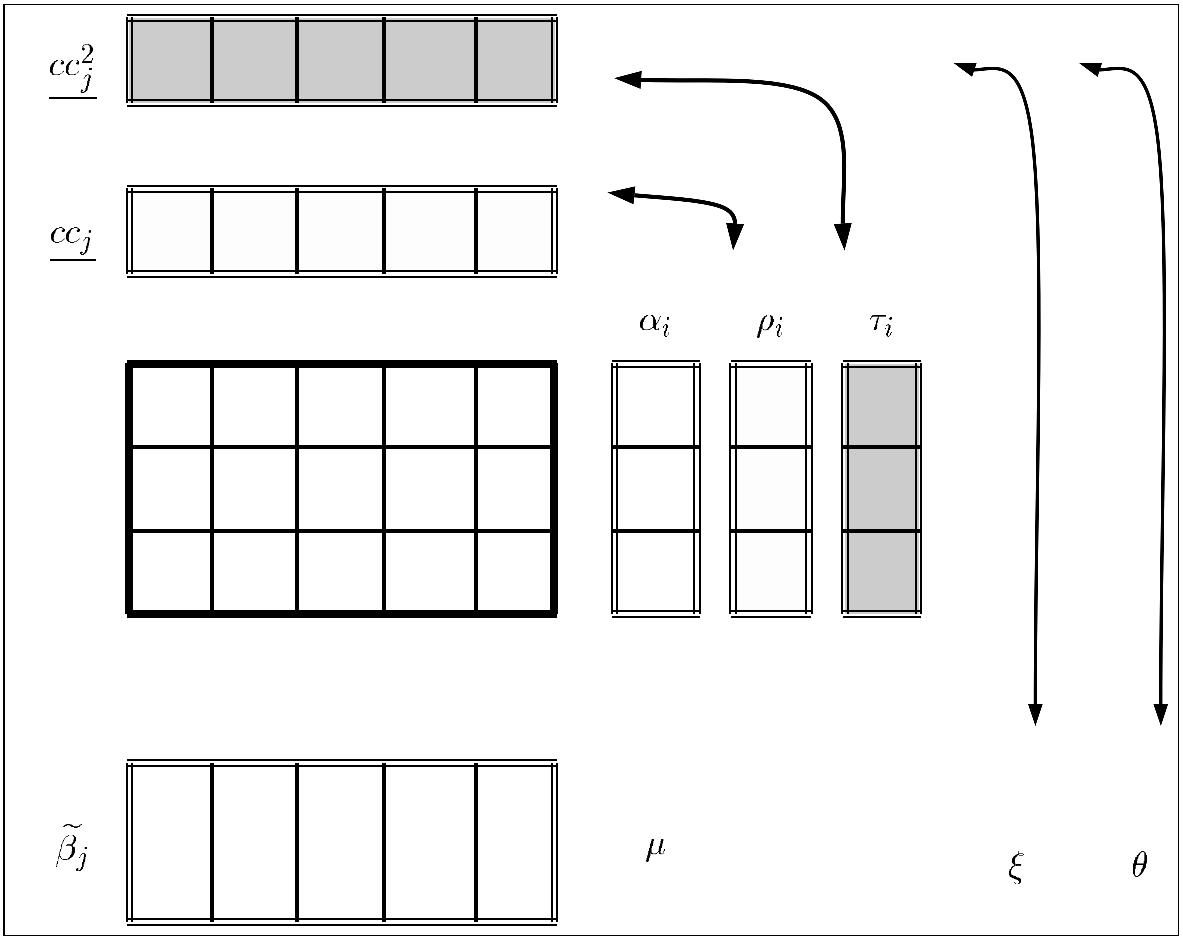
$$\text{centrer} \Longrightarrow \begin{array}{l} \text{même modèle} \\ \text{calculs plus simples} \\ \text{orthogonalité dans cas simples} \end{array}$$

$$\begin{aligned} E(X_{ij}) &= \mu + \rho.nb_i \\ &= \underbrace{\mu + \rho.nb_.}_{\mu'} + \rho.(nb_i - nb_.) \end{aligned}$$

Régression factorielle
cov : nb, cc, nb^2, cc^2 — [degrés de liberté]

	$\underline{1_j}$	$\underline{cc_j}$	$\underline{cc_j^2}$	reste
$\underline{1_i}$	μ[1]	ξ[1]	ξ^*[1]	$\widetilde{\beta}_j$[2]
$\underline{nb_i}$	θ[1]	ν[1]	[1]	[2]
$\underline{nb_i^2}$	θ^*[1]	[1]	[1]	[2]
reste	[0]	[0]	[0]	partie négligée de l'interaction [0]

Exercice



	$\underline{1_j}$	$\underline{cc_j}$	$\underline{cc_j^2}$	reste
$\underline{1_i}$	$\mu[1]$	$\xi[1]$	$\theta[1]$	$\widetilde{\beta}_j[2]$
reste	$\alpha_i[2]$	$\rho_i[2]$	$\tau_i[2]$	partie négligée de l'interaction[4]

(Continued) Exercice

$$\boxed{E(X_{ij}) = \overbrace{\mu + \overbrace{\alpha_i} + \overbrace{\xi.\underline{cc_j} + \theta.\underline{cc_j}^2 + \widetilde{\beta}_j}} + \rho_i.\underline{cc_j} + \tau_i.\underline{cc_j}^2}$$

Exercice

modèle additif

	$\underline{1}_j$	reste
$\underline{1}_i$	μ	β_j
reste	α_i	partie négligée de l'interaction

		nombre de paramètres indépendants
modèle	additif	
	cov nb, cc	
	interactif complet	

Régression factorielle
choix d'un sous modèle

$$E(X_{ij}) = \underbrace{\mu + \alpha_i + \beta_j} + \tau_j . \underline{nb_i}$$

$$Y = X\Theta + \epsilon$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} \\ Y_{12} \\ Y_{13} \\ Y_{14} \\ Y_{15} \\ Y_{21} \\ Y_{22} \\ Y_{23} \\ Y_{24} \\ Y_{25} \\ Y_{31} \\ Y_{32} \\ Y_{33} \\ Y_{34} \\ Y_{35} \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13 \end{bmatrix} \\ \mu \quad \underbrace{\qquad\quad}_{\alpha} \quad \underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{\beta} \quad \underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{nb} \end{array} . \begin{bmatrix} \mu \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \\ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{14} \\ \varepsilon_{15} \\ \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{24} \\ \varepsilon_{25} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{32} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{34} \\ \varepsilon_{35} \end{bmatrix}$$

Régression factorielle choix d'un sous modèle

$$E(X_{ij}) = \underbrace{\mu + \alpha_i + \beta_j} + \tau_j.\underline{nb_i}$$

$$Y = X\Theta + \epsilon$$

$$X\Theta = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccccc} \mu & \alpha_1 & \alpha_2 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \tau_1 & \tau_2 & \tau_3 & \tau_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -6 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -6 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -6 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -6 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & 6 & 6 & 6 & 6 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -6 & -6 & -6 & -6 \end{bmatrix} \end{array} . \begin{bmatrix} \mu \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{bmatrix}$$

$avec \qquad \alpha_3 = -(\alpha_1 + \alpha_2) \qquad \beta_5 = -(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4)$

$et \qquad \tau_5 = -(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4)$

Régression factorielle choix d'un sous modèle

$$E(X_{ij}) = \underbrace{\mu + \alpha_i + \beta_j} + \tau_j . \underline{nb_i}$$

$$Y = X\Theta + \epsilon$$

$$X'X = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 3 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 6 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 3 & 6 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 3 & 3 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 144 & 72 & 72 & 72 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 72 & 144 & 72 & 72 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 72 & 72 & 144 & 72 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 72 & 72 & 72 & 144 \end{bmatrix}$$

Régression factorielle
choix d'un sous modèle

Plan non orthogonal

$$\Downarrow$$

table ANOVA non unique ordre des termes important

choix de l'ordre d'introduction $\hookleftarrow\hookrightarrow$	
des covariables ligne	des covariables colonne
1_i , nb_i, nb_i^2	1_j, cc_j, cc_j^2

Régression factorielle
choix d'un sous modèle

	$\emptyset$	1_j	$1_j,\, cc_j$	$1_j,\, cc_j,\, cc_j^2$
$\emptyset$	0	$\mu + \alpha_i$	$\mu + \alpha_i + \rho_i.cc_j$	$\mu + \alpha_i + \rho_i.cc_j + \rho_i^*.cc_j^2$
1_i	$\mu + \beta_j$	$\mu + \alpha_i + \beta_j$	$\mu + \alpha_i + \beta_j + \rho_i.cc_j$	$\mu + \alpha_i + \beta_j + \rho_i.cc_j + \rho_i^*.cc_j^2$

(Continued) Régression factorielle choix d'un sous modèle

1_i nb_i	$\mu + \beta_j +$ $\tau_j.nb_i$	$\mu + \alpha_i + \beta_j +$ $\tau_j.nb_i$	$\mu + \alpha_i + \beta_j +$ $\rho_i.cc_j +$ $\tau_j.nb_i +$ $nb_i.\theta.cc_j$	$\mu + \alpha_i + \beta_j +$ $\rho_i.cc_j + \rho_i^*.cc_j^2 +$ $\tau_j.nb_i +$ $nb_i.\theta_1.cc_j +$ $nb_i.\theta_2.cc_j^2$
1_i nb_i nb_i^2	$\mu + \beta_j +$ $\tau_j.nb_i + \tau_j^*.nb_i^2$	$\mu + \alpha_i + \beta_j +$ $\tau_j.nb_i + \tau_j^*.nb_i^2$	$\mu + \alpha_i + \beta_j +$ $\rho_i.cc_j +$ $\tau_j.nb_i + \tau_j^*.nb_i^2 +$ $nb_i.\theta_1.cc_j +$ $nb_i^2.\theta_3.cc_j$	$\mu + \alpha_i + \beta_j +$ $\rho_i.cc_j + \rho_i^*.cc_j^2 +$ $\tau_j.nb_i + \tau_j^*.nb_i^2 +$ $nb_i.\theta_1.cc_j +$ $nb_i.\theta_2.cc_j^2 +$ $nb_i^2.\theta_3.cc_j +$ $nb_i^2.\theta_4.cc_j^2$

Régression factorielle choix d'un sous modèle

CMR	$\emptyset$	1_j	$1_j,\, cc_j$	$1_j,\, cc_j,\, cc_j^2$
$\emptyset$	0.339 [15]	$\leftarrow$ 0.028 [12]	$\leftarrow$ 0.014[9]	$\leftarrow$ 0.003 [6] $\uparrow$
1_i	0.092 [10]	0.029 [8]	0.015 [6]	0.001 [4] $\uparrow$
1_i nb_i	0.008 [5]	0.008 [4]	0.007 [3]	0.0003 [2]
1_i nb_i nb_i^2	0 [0]	0 [0]	0 [0]	$\uparrow$ 0 [0]

ANOVA :

origine	SCE	DDL	CM	F
1_j	4.74	3	1.58	159.6 *
cc_j	0.21	3	0.07	7.1 *
cc_j^2	0.11	3	0.037	3.7 *
1_i	0.017	2	0.0085	0.86
nb_i	0.0024	2	0.0012	0.12
nb_i^2	0.0006	2	0.0003	0.03

Exercice

CMR	$\emptyset$	1_j	cc_j	cc_j^2
$\emptyset$	0.33 [15]	0.02 [12]	0.018 [9]	0.010 [6]
1_i	0.09 [10]	0.028 [8]	0.028 [6]	0.008 [4]
nb_i	0.008 [5]	0.007 [4]	0.006 [3]	0.004 [2]

Régression factorielle choix d'un sous modèle

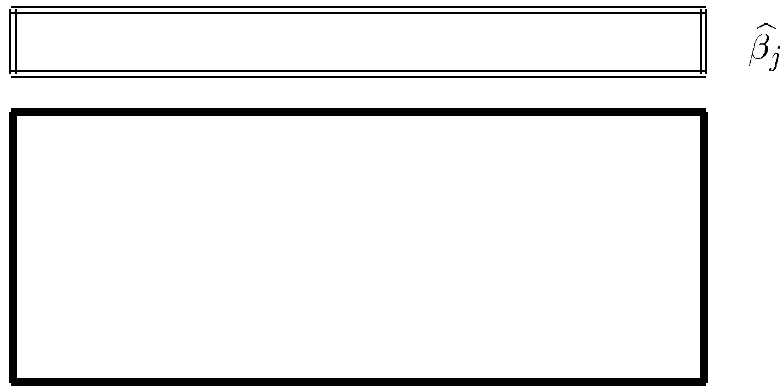
origine		DDL	F	P
Effet principal concentration β_j		4	2.7	0.07
=tendance linéaire $\xi.\underline{cc_j}$		1	6.3	0.02 *
+tendance quadratique $\xi^*.\underline{cc_j^2}$		1	2.3	0.15
+reste $\widetilde{\beta}_j$		2	1.1	0.37
Effet principal durée α_i		2	34.8	0.00 *
=tendance linéaire $\theta.\underline{nb_i}$		1	69.2	0.00 *
+tendance quadratique $\theta^*.\underline{nb_i^2}$		1	0.4	0.55
Interaction durée concentration		8	2.9	0.03 *
$= \underline{nb_i}.\nu_1.\underline{cc_j}$		1	13.7	0.00 *
$+ \underline{nb_i}.\nu_2.\underline{cc_j^2}$		1	6.3	0.02 *
$+ \tau_{1_j}.\underline{nb_i}$		2	0.1	0.90
$+ \underline{nb_i^2}.\nu_3.\underline{cc_j}$		1	1.0	0.35
$+ \underline{nb_i^2}.\nu_4.\underline{cc_j^2}$		1	2.2	0.15
$+ \tau_{2_j}.\underline{nb_i^2}$		2	0.0	0.97
résiduelle pure		15		

Régression factorielle
points forts

- Utilisation d'une information extérieure au tableau

- Intérêt de l'interprétation

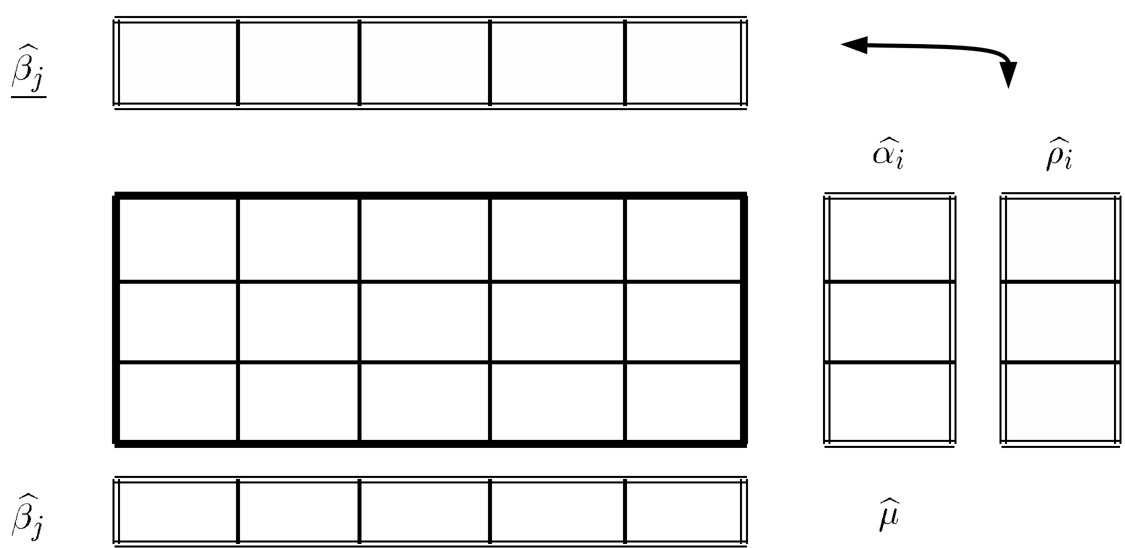
Régression conjointe



$$E(X_{ij}) = \underbrace{\mu + \alpha_i + \beta_j} + \rho_i . \underline{\widehat{\beta}_j}$$

estimation de $\widehat{\alpha}_i$ et $\widehat{\beta}_j$

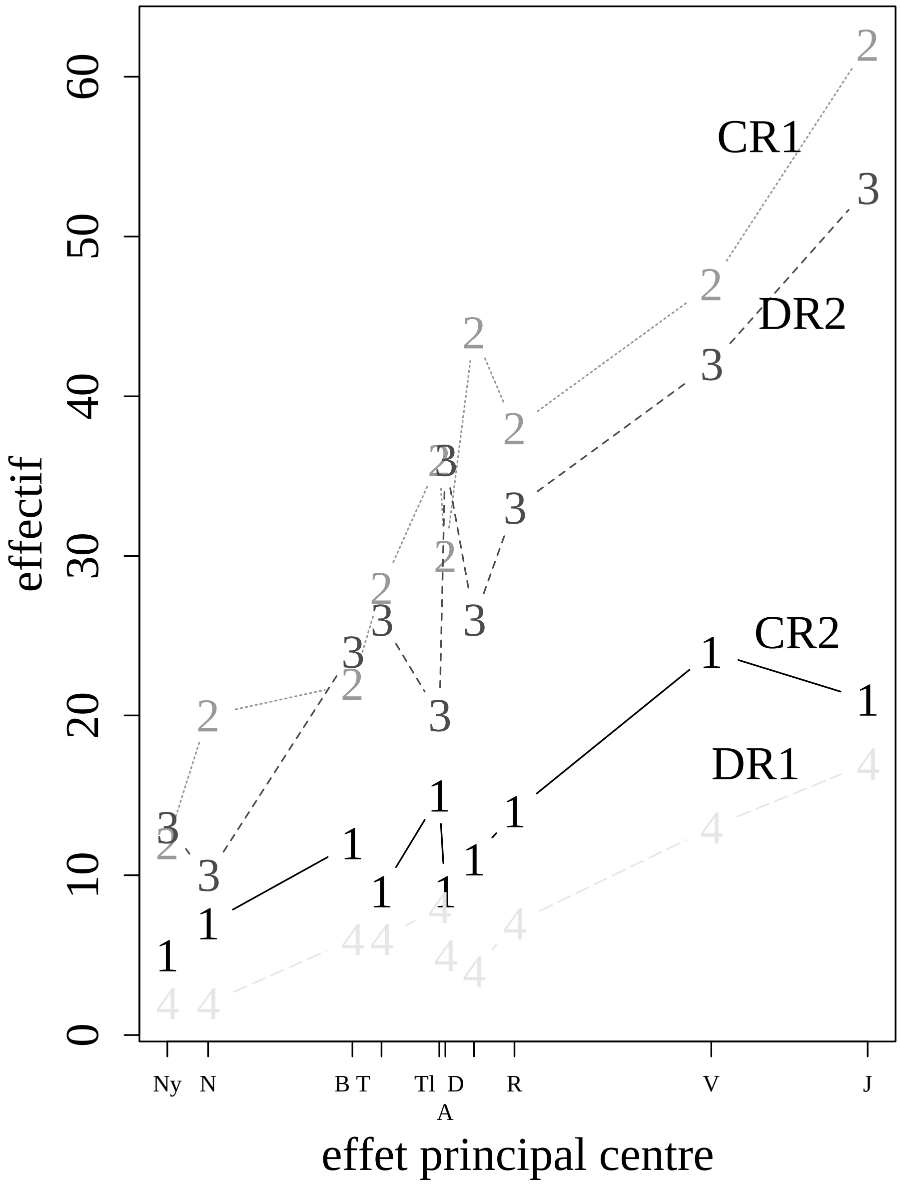
estimation de $\widehat{\rho}_i$



Régression conjointe exemple

effectif		corps j			
		CR2	CR1	DR2	DR1
centres i	Toulouse	15	36	20	8
	Dijon	11	44	26	4
	Jouy	21	62	53	17
	Versailles	24	47	42	13
	Avignon	9	30	36	5
	Nancy	5	12	13	2
	Nantes	7	20	10	2
	Rennes	14	38	33	7
	Tours	9	28	26	6
	Bordeaux	12	22	24	6

Régression conjointe exemple



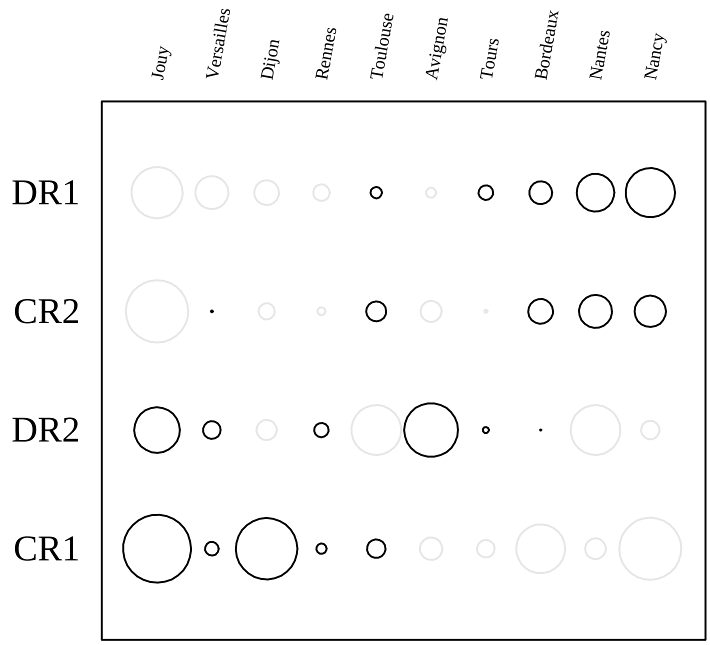
Régression conjointe exemple

ANOVA :

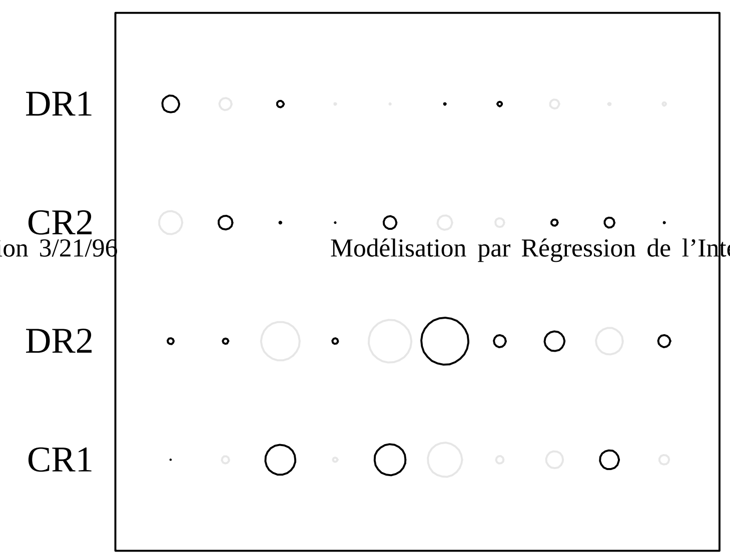
origine	SCE	DDL	CM	F	P
terme constant μ	16769	1	16769		
effet principal centre α_i	4835	3	1612	98	0.000 *
effet principal corps β_j	2985	9	332	20	0.000 *
terme de régression conjointe $\rho_i.\widehat{\beta}_j$	742	9	82	5	0.002 *
reste de l'interaction	296	18	16		

Régression conjointe
exemple

modèle
additif

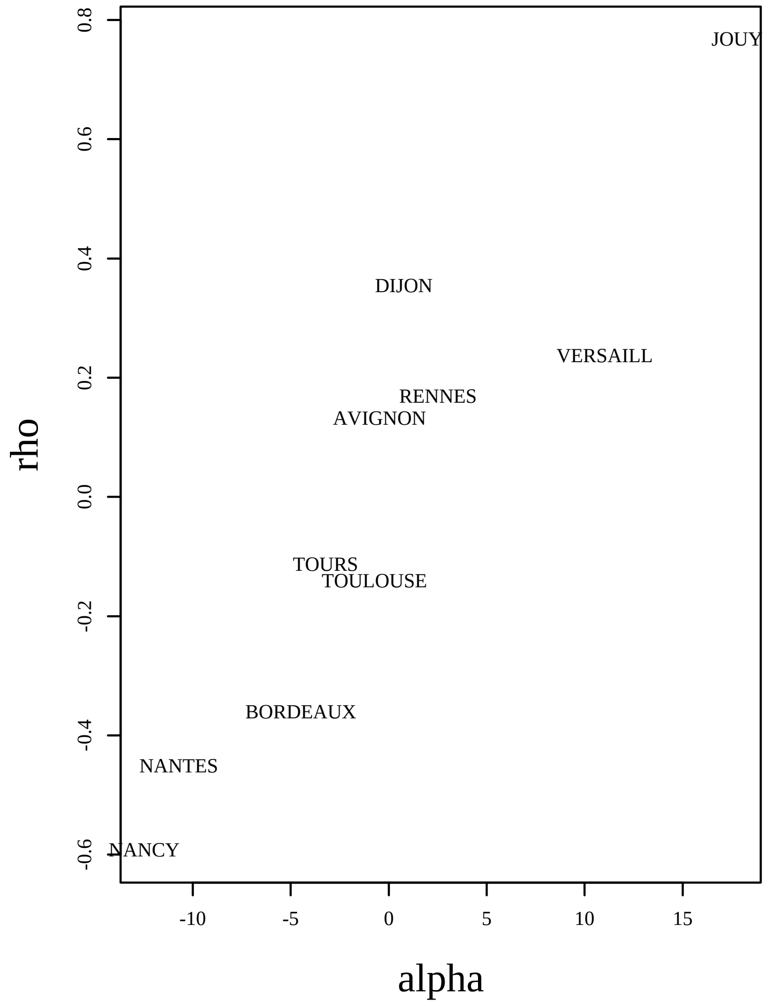


Régression
conjointe



Régression conjointe exemple

$$\widehat{\mu} = 20.5$$



$$\widehat{\alpha} = \begin{bmatrix} J & 17.8 \\ V & 11.0 \\ D & 0.8 \\ R & 2.5 \\ Tl & -0.7 \\ A & -0.5 \\ T & -3.2 \\ B & -4.5 \\ N & -10.7 \\ Ny & -12.5 \end{bmatrix}$$

$$\widehat{\rho} = \begin{bmatrix} J & 0.8 \\ V & 0.2 \\ D & 0.4 \\ R & 0.2 \\ Tl & -0.1 \\ A & 0.1 \\ T & -0.1 \\ B & -0.4 \\ N & -0.5 \\ Ny & -0.6 \end{bmatrix}$$

$$\widehat{\beta} = \begin{bmatrix} DR1 & -13.5 \\ CR2 & -7.8 \\ DR2 & 7.8 \\ CR1 & 13.4 \end{bmatrix}$$

Régression conjointe exemple

$\widehat{\rho}_i.\widehat{\beta}_j$	DR1	CR2	DR2	CR1
Jouy	-10.8	-6.2	6.2	10.7
Versailles	-2.7	-1.6	1.6	2.7
Dijon	-5.4	-3.1	3.1	5.4
Rennes	-2.7	-1.6	1.6	2.7
Toulouse	1.4	0.8	-0.8	-1.3
Avignon	-1.4	-0.8	0.8	1.3
Tours	1.4	0.8	-0.8	-1.3
Bordeaux	5.4	3.1	-3.1	-5.4
Nantes	6.8	3.9	-3.9	-6.7
Nancy	8.1	4.7	-4.7	-8.0