

# **MODÈLE INTERACTIF COMPLET**

---

# Le modèle interactif complet

- Il prend en compte toute forme possible d'interaction entre les deux facteurs.

# Le modèle interactif complet

## 1. Approche par l'exemple :

- les données et représentation graphique
- estimation des effets
- les résidus

## 2. Estimations :

- équation du modèle
- estimateurs dans le cas équilibré
- représentation graphique des estimations du modèle

## 3. Décomposition :

- tableau d'ANOVA
- table récapitulative

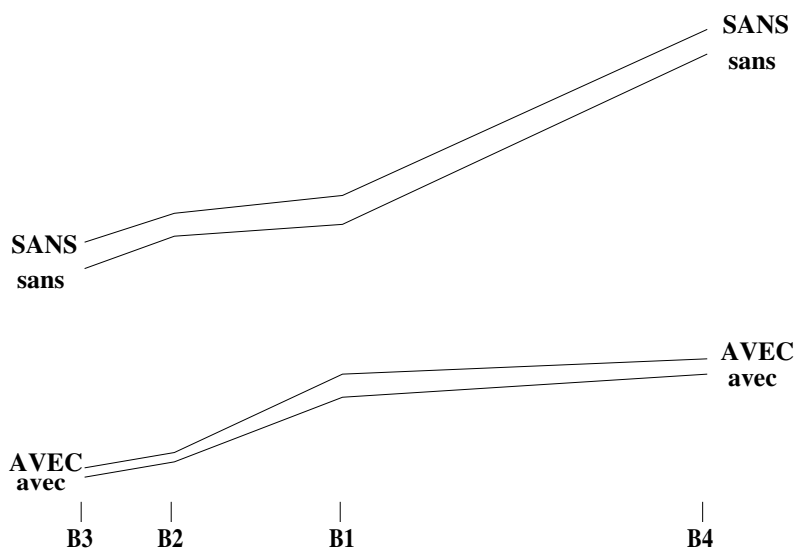
## 4. Introduction à la modélisation de l'interaction

# Les données

Tableau des données

		filtration	
		sans	avec
type de bière	$B_1$	45.47 45.13	43.37 43.10
	$B_2$	45.26 44.99	42.45 42.34
	$B_3$	44.92 44.61	42.27 42.16
	$B_4$	47.42 47.13	43.55 43.37

représentation graphique



## Estimation des effets

effets principaux *bière* et *filtre*

	sans	avec	moyenne	effet bière
$B_1$	45.300	43.235	44.267	0.046
$B_2$	45.125	42.395	43.760	-0.461
$B_3$	44.765	42.215	43.490	-0.731
$B_4$	47.275	43.460	45.367	1.146
moyenne	45.616	42.826	45.221	
effet filtre	1.395	-1.395		

**interaction = moyenne de la case – (moyenne + effet bière + effet filtre)**

	sans	avec
$B_1$	- 0.363	0.363
$B_2$	- 0.030	0.030
$B_3$	- 0.120	0.120
$B_4$	0.512	- 0.512

## Calcul des résidus

**Résidus = donnée – moyenne de la combinaison**

	sans	$R_{i1}$	avec	$R_{i2}$
$B_1$	45.47 - 45.300	0.170	43.37 - 43.235	0.135
	45.13 - 45.300	-0.170	43.10 - 43.235	-0.135
$B_2$	45.26 - 45.125	0.135	42.45 - 42.395	0.055
	44.99 - 45.125	-0.135	42.34 - 42.395	-0.055
$B_3$	44.92 - 44.765	0.155	42.27 - 42.215	0.055
	44.61 - 44.765	-0.155	42.16 - 42.215	-0.055
$B_4$	47.42 - 47.275	0.145	43.55 - 43.460	0.090
	47.13 - 47.275	-0.145	43.37 - 43.460	-0.090

## Définition du modèle interactif complet

$$\mathcal{E}[X_{ijk}] = \mu_{ij}^c = \underbrace{\mu + \alpha_i + \beta_j}_{\text{partie additive}} + \underbrace{\theta_{ij}}_{\text{interaction}}$$

## Les estimateurs du modèle interactif complet

$$X_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \theta_{ij} + R_{ijk}$$

- Estimation des paramètres dans le cas équiréparté

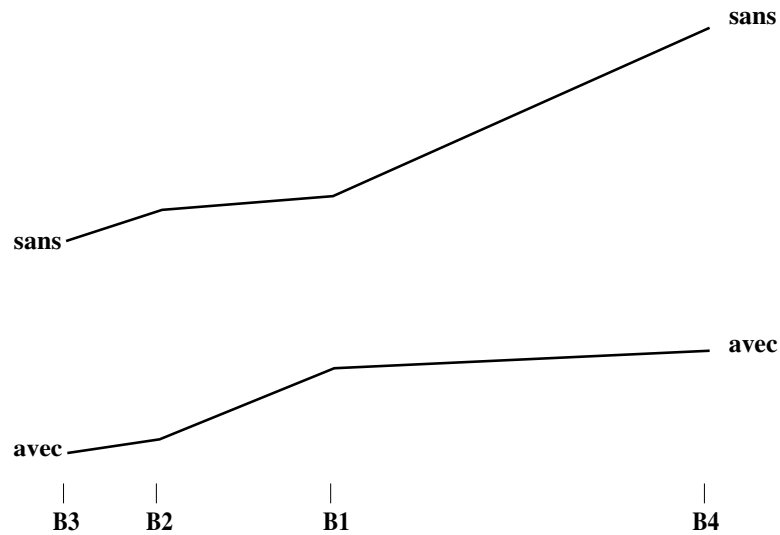
$$\begin{aligned}\hat{\mu} &= X_{...} \\ \hat{\alpha}_i &= X_{i..} - X_{...} \\ \hat{\beta}_j &= X_{.j.} - X_{...} \\ \hat{\theta}_{ij} &= X_{ij.} - (\hat{\mu} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j)\end{aligned}$$

- Les résidus

$$R_{ijk} = X_{ijk} - \hat{\mu}_{ij}^c = X_{ijk} - X_{ij.}$$



## Représentation graphique des estimations du modèle



- Non parallélisme des courbes
- Interpréter tous les paramètres du modèle revient à analyser les effets de chaque couple de niveaux de facteurs.

## Tableau d'Analyse de la Variance

sur l'exemple :

origine	SCE	ddl	CM	F	P
effet principal filtre	31.1364	1	31.1364	1000.0	0.0000*
effet principal bière	8.2540	3	2.7513	88.4	0.0000*
interaction	1.6375	3	0.5458	17.5	0.0011*
erreur "pure"	0.2491	8	0.0311		

De manière générale :

origine		SCE	ddl
effet principal ligne	$\alpha_i$	$JK \sum \hat{\alpha}_i^2$	I-1
effet principal colonne	$\beta_j$	$IK \sum \hat{\beta}_j^2$	J-1
interaction	$\theta_{ij}$	$K \sum \hat{\theta}_{ij}^2$	(I-1)(J-1)
estimation de $\sigma^2$	Erreur	$\sum (X_{ijk} - X_{ij.})^2$	IJ(K-1)
			$\sum ddl = IJK - 1$

## Table récapitulative

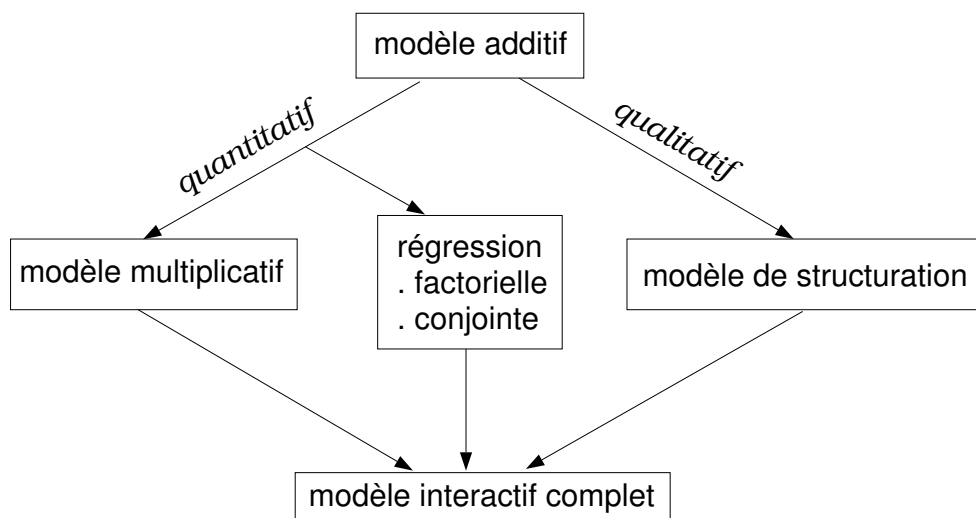
D'après l'exemple :

		filtration	
		$\mu[1]$	$\beta_j[1]$
bière		$\alpha_i[3]$	$\theta_{ij}[3]$

D'une manière générale :

		colonne	
		1	reste
		1	$\mu[1]$
			$\beta_j[J - 1]$
ligne			
	reste	$\alpha_i[I - 1]$	$\theta_{ij}[(I - 1)(J - 1)]$

# Modélisation de l'interaction



---

## Les résidus du modèle retenu

