

Modélisation spatio-temporelle d'une épidémie de tavelure

Rémi Créte¹

(1) remi.crete@etud.univ-angers.fr

Journées MSTGA 7 et 8 novembre 2011

Projet de recherche MODEMAVE :

Thesis : Prise en compte de l'hétérogénéité spatiale dans la modélisation de la dynamique du développement de la tavelure du pommier.

Directeur de thèse : Pr. Besnik PUMO



Plan

▶ I - Motivations et cadre de travail

L'Expérience

La Dynamique de la Maladie

▶ II - Le Modèle Mécanico-Statistique

Notations

Construction du Modèle

Méthode d'inférence

Motivations et Cadre de travail

► La tavelure du pommier :



- Provoquée par *Venturia Inaequalis*.
- Les fruits affectés exclus de la vente.
- Moyens de contrôle : fongicides, destruction de la litière foliaire, mélange variétal.

► Contournement d'une variété résistante au sein d'un verger INRA : Ariane

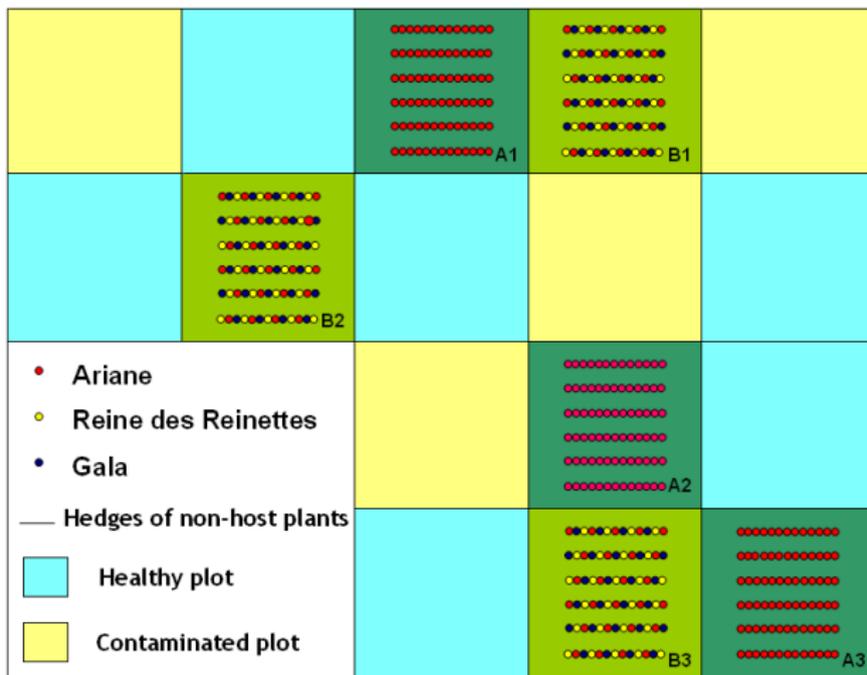
Avant 2004 : Pas de maladie sur les arbres de la variété Ariane.
En 2004 : Apparition d'un foyer infectieux.

► Experience : Etude du déploiement de la tavelure sur Ariane

Notation de la maladie sur tous les arbres de la variété Ariane :
De 2004 à 2007 (parcelles en mélange variétal)
De 2007 à 2008 (parcelles pures : seulement la variété Ariane)

Question : Comment se propage la tavelure du pommier au sein d'un verger ?

Le Verger Expérimental



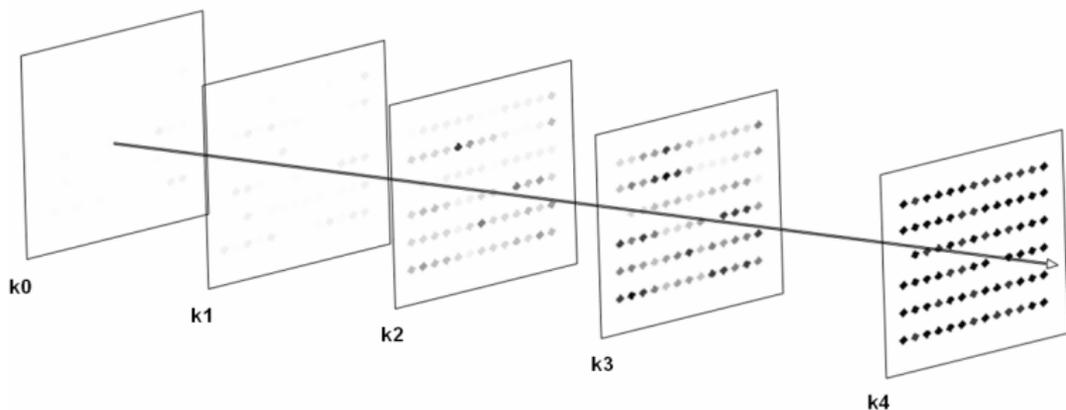
Echelle de notation

Note of illness	Percentage of scabbed leaves
1	0 %
2	0 to 1 %
3	1 to 5 %
4	5 to 20 %
5	20 to 30 %
6	30 to 45 %
7	45 to 60 %
8	60 to 90 %
9	> 90 %

Healthy Trees

Diseased Trees

Exemple d'évolution

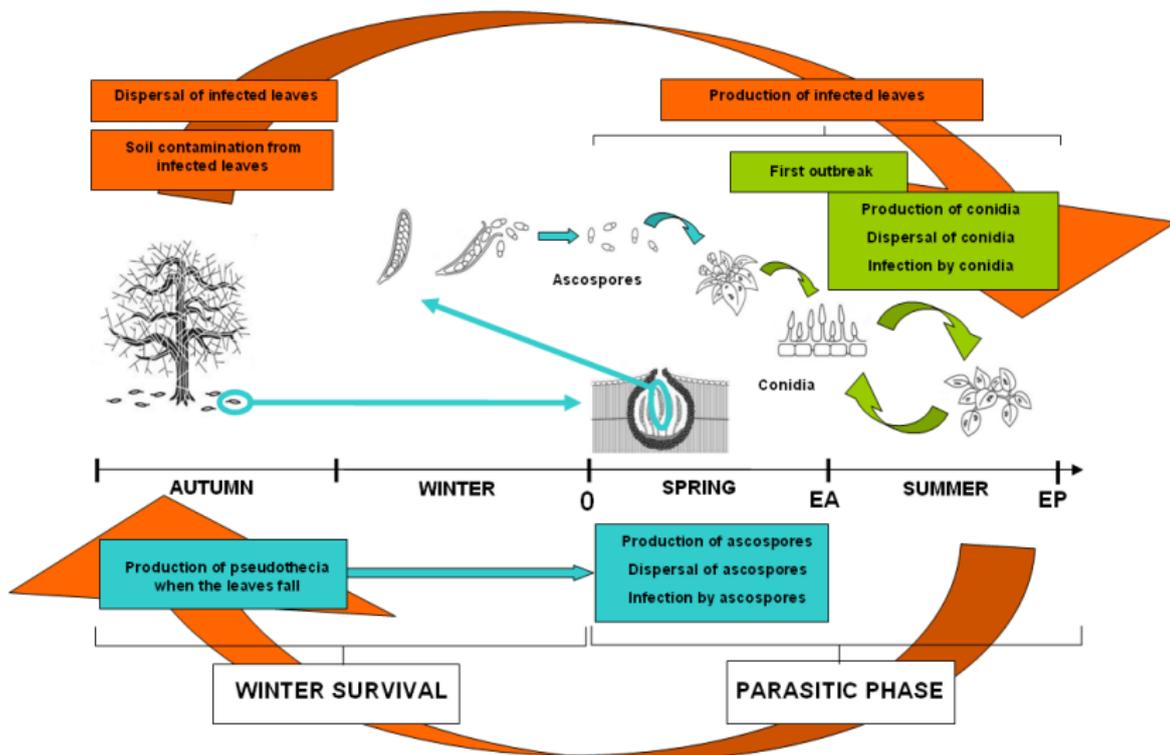


Legend

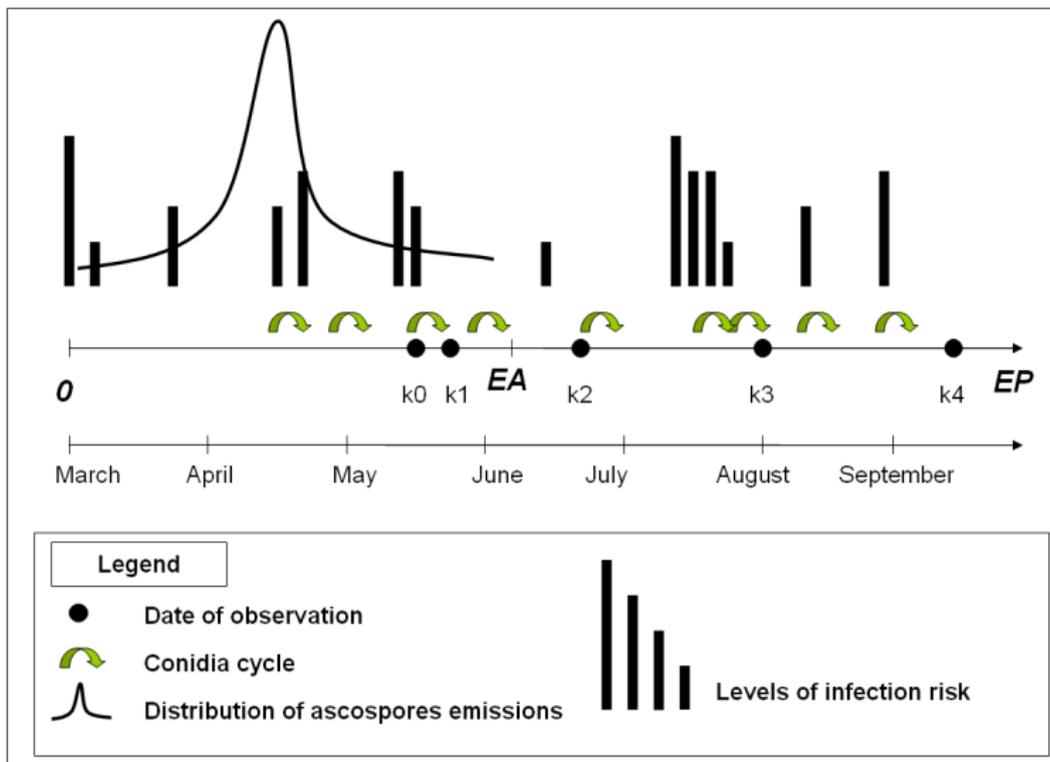
0 0.005 0.03 0.125 0.25 0.375 0.52 0.75 0.95

Incidence of the disease
(% scabbed leaves)

Cycle de vie de *Venturia inaequalis*



La Phase Parasitaire



Le Modèle Mécanico-Statistique

- ▶ But scientifique : Modéliser et inférer une dynamique écologique, environnementale ou épidémiologique.
- ▶ Bases sur lesquelles repose l'inférence :
 - Connaissance des principaux mécanismes gouvernant la dynamique :
→ Suffisantes pour construire un model scientifique, avec des paramètres inconnus.
 - Observations dégradées et non-exhaustives de la dynamique :
→ Pas directement utilisables dans le but de décrire les données.
- ▶ Approche : Modélisation hiérarchique

Le Modèle Mécanico-Statistique (2)

- ▶ Quelques exemples :
 - Propagation du Citrus Tristeza Virus (Gibson et al. 1997)
 - Etude de clairières forestières générées par colonisation de scolytes (Zhu et al. 2008)
 - ↔ Comparaison avec le modèle autologistique de Besag (Rasmussen et al. 2005)
 - Interaction Hôte-pathogène de *Plantago Lanceolata*/*Podosphaera plantaginis* (Soubeyrand et al. 2009)

- ▶ Etude de phénomènes binaires (Infection, colonisation ...).

Le Modèle Mécanico-Statistique (3)

Dans notre cas :

- ▶ Modélisation par un processus de Poisson spatio-temporel (Mollison 1977).
- ▶ Prise en compte de la dynamique :
 - Production/re-production de spores : loi normale tronquée pour l'inoculum primaire, courbe logistique pour l'inoculum secondaire.
 - Dispersion : La quantité de spores dispersés diminue à mesure que l'on s'éloigne de la source émettrice : Choix du gradient exponentiel.
 - Infection : dépend des covariables climatiques. Hypothèse que les inoculums primaire et secondaire ont la même force d'infection

Notations

On utilise les définitions suivantes :

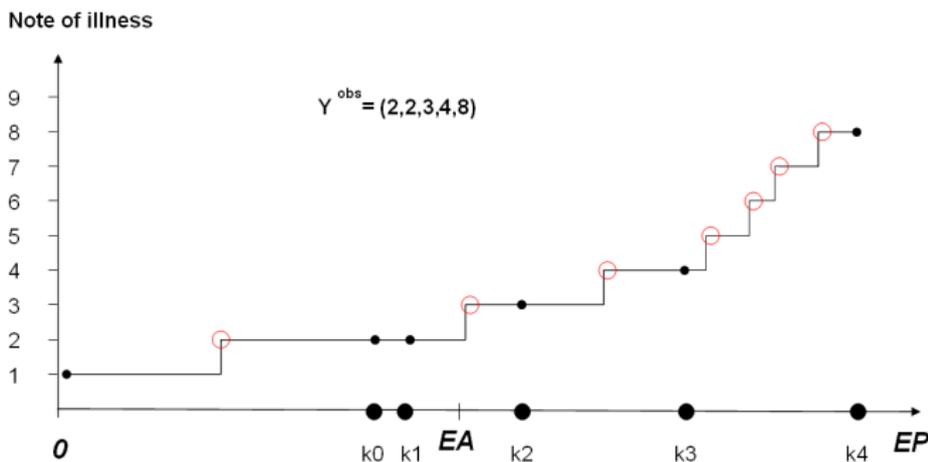
- ▶ \mathcal{S} ensemble des arbres de la parcelle (avec n arbres) .
- ▶ $Y_{k_0}^{obs}, Y_{k_1}^{obs}, Y_{k_2}^{obs}, Y_{k_3}^{obs}, Y_{k_4}^{obs}$ sont les notes attribuées aux dates :
 $0 < k_0 < k_1 < EA < k_2 < k_3 < k_4 < EP$.
- ▶ $Y^{obs} = (Y_{k_m}^{obs})_{m \in \{0, \dots, 4\}} = (Y_{i, k_m}^{obs})_{\substack{m \in \{0, \dots, 4\} \\ i \in \mathcal{S}}}$.
- ▶ $T = \left\{ T_i^j \right\}_{j \in \{1, \dots, C_i - 1\}}$, où C_i est la dernière classe atteinte par l'arbre i .
- ▶ $Z = (R, PAD)$ représentent les covariables.

Reconstruction de la dynamique

Soit $Y = (Y_{i,t})_{i \in \mathcal{S}, t \in [0; EP]}$, le processus de la dynamique :

- $\forall t \in [0; EP], \forall i \in \mathcal{S}, Y_{i,t} \in \{1, \dots, 9\}$
- $\forall t \in \{k_0, k_1, k_2, k_3, k_4\}, Y_{i,t}^{obs} = Y_{i,t}$: Pas d'erreurs de notations.

Par exemple :



Distribution Conditionnelle des observations

La loi $P_{\Theta}(Y^{obs} | Z)$ des observations, conditionnellement aux covariables Z satisfait :

$$\int_{T \in \mathcal{T}} dP_{\Theta}(Y^{obs}, T | Z) = \int_{T \in \mathcal{T}} P(Y^{obs} | T, Z) \cdot dP_{\Theta}(T | Z)$$

Où :

- $P(Y^{obs} | T, Z)$ modélise le processus d'observation.
- $P_{\Theta}(T | Z)$ modélise la dynamique.
→ Contient la structure de dépendance spatio-temporelle.
- $\Theta = (\alpha, \gamma, \delta, \eta)$ est le vecteur de paramètres de la dynamique lié à la production, dispersion et infection par les spores.

Distribution des Temps

La distribution $P_{\Theta}(T | Z)$ est modélisée par un processus ponctuel spatio-temporel d'intensité :

$$\lambda_{i,t}(\theta) = r(t, \alpha) \left[c_p(\gamma)\rho(t) + \delta \sum_{\ell \in \mathcal{N}(i)} g_{\ell}(t)K(i, \ell, \eta) \right]$$

Cette intensité représente la quantité de spores provenant :

- du sol $c_p(\gamma)$,
- des arbres du voisinage $\mathcal{N}(i)$ of i ,

qui réalisent une infection en i au temps t .

En notant $\Lambda_i(u, v) = \int_u^v \lambda_{i,t} dt$:

$$P_{\Theta}(T | Z) = \prod_{i=1}^n e^{-\Lambda_i(0, EP)} \cdot \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^{C_i-1} \lambda_{i,t_i^j}$$

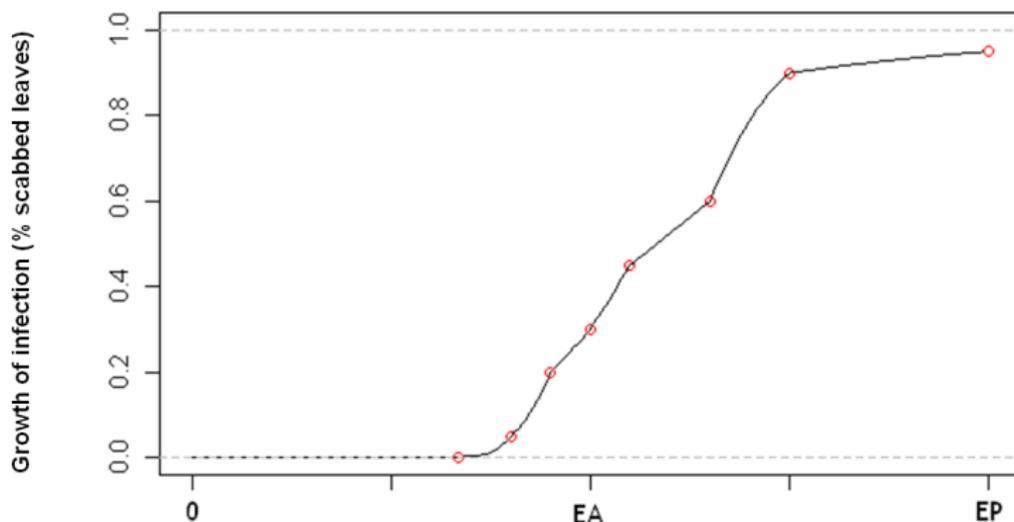
La fonction de croissance (1)

La fonction de croissance s'interprète comme solution de l'équation suivante :

$$\frac{\partial g}{\partial t}(t) = \beta \cdot g(t) \cdot (1 - g(t))$$

- ▶ cette équation correspond au modèle de Verhulst qui est un modèle de dynamique de populations : Ici on veut modéliser l'évolution de la population de feuilles infectées.
- ▶ La vitesse de croissance de la maladie est proportionnelle à la partie de l'arbre qui est déjà infectée, et à la partie de l'arbre qui est encore saine.
- ▶ β est un paramètre qui varie suivant les conditions climatiques et sous l'influence du voisinage.

La fonction de croissance (2)



- ▶ Ici les cercles rouges montrent les temps de passage.
- ▶ On considère que le taux de croissance β est constant entre deux temps de passage.

Dispersion Isotrope

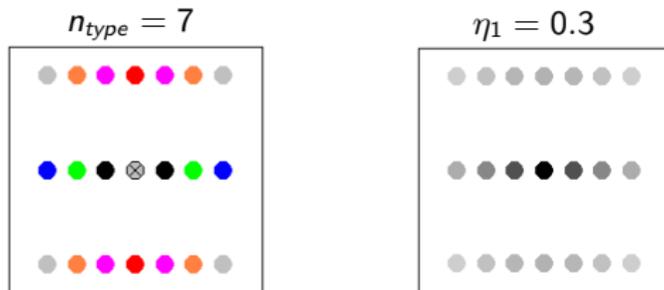
Pour ℓ voisin de i :

- Typage symétrique des voisins de i , dépendant de la distance à la source :

$$K(i, \ell, \eta) = \sum_{u=1}^{n_{type}} \eta_u \cdot \mathbf{1}_{\{type(i, \ell) = u\}}$$

- Prise en compte de la distance entre le voisin et la source :

$$K(i, \ell, \eta_1) = \exp(-\eta_1 \cdot \sqrt{(x_i - x_\ell)^2 + (y_i - y_\ell)^2})$$



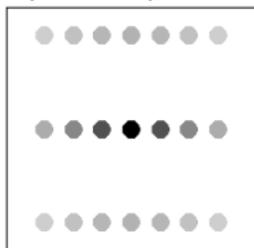
- $\forall i, \ell \in \mathcal{S}, K(i, \ell, \eta) = K(\ell, i, \eta) \Rightarrow K$ est symétrique.

Dispersion Anisotrope

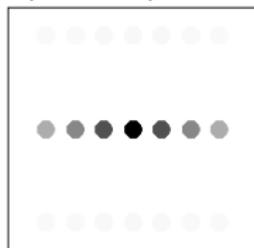
Pour ℓ voisin de i :

$$K(i, \ell, \eta) = \exp(-\eta_1 \cdot \sqrt{(x_i - x_\ell)^2 + [\eta_2 \cdot (y_i - y_\ell)]^2} - \eta_3 \cdot b(i, \ell))$$

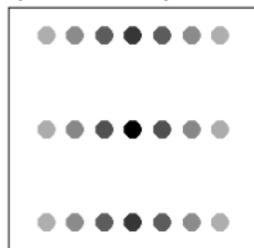
$\eta_2 = 1 \quad \eta_3 = 0$



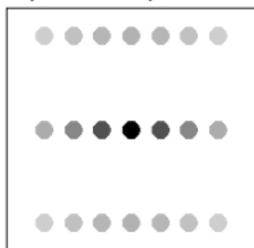
$\eta_2 = 3 \quad \eta_3 = 0$



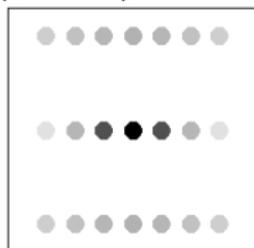
$\eta_2 = 0.2 \quad \eta_3 = 0$



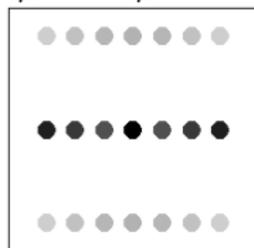
$\eta_2 = 1 \quad \eta_3 = 0$



$\eta_2 = 1 \quad \eta_3 = -0.5$



$\eta_2 = 1 \quad \eta_3 = 0.5$



Les fonctions covariables

- ▶ La fonction d'infection $r(t, \alpha)$:
 - Elle transforme les risques d'infection donné en covariables en une probabilité d'infection.
 - Le risque est constant sur chaque journée de la phase parasitaire.
 - Chaque risque $0, \dots, 4$ correspond à un taux d'infection respective : $\alpha_0 < \dots < \alpha_4$.
 - Identifiabilité \Rightarrow Le risque le plus grave 4 est fixé à 1, de manière à ce que δ soit identifiable.
- ▶ La force de la source d'ascospores (dépendance de l'année précédente) :

$$c_P(\gamma) = \gamma \cdot \log(PAD)$$

Méthode d'Inférence

$P_{\Theta}(Y^{obs} | Z)$ est difficile à calculer \Rightarrow Approche bayésienne pour l'estimation de T et Θ .

- ▶ distribution a posteriori :

$$P(\Theta, T | Y^{obs}, Z) \propto P(Y^{obs} | T, \Theta, Z) \cdot P(T | \Theta, Z) \cdot \pi(\Theta)$$

- $P(T | \Theta, Z) = \prod_{i=1}^n e^{-\Lambda_i(0, EP)} \cdot \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^{C_i-1} \lambda_{i,t_j}$
 - $P(Y^{obs} | T, \Theta, Z) = 1$ où les temps sont correctement positionnés par rapport aux observations.
 - $\pi(\Theta)$ est la distribution a priori sur Θ .
- ▶ Utilisation d'un algorithme MCMC (Metropolis-Hastings) afin d'échantillonner dans la loi a posteriori. Utilisation de mises à jours par blocks (tous les temps de passage d'un arbre à la fois).

Conclusion

- ▶ L'Approche Mécanico-Statistique : Permet d'étudier de nombreuses dynamiques et différents jeux de données.
- ▶ Cette approche fonctionne bien avec la dynamique de nuisibles biologiques : Dégradation significatives entre la dynamique telle que comprise et les observations.
- ▶ Le coeur dynamique du modèle peut prendre différentes formes (ici on utilise un processus ponctuel poissonien).
- ▶ Mais : La procédure d'estimation peut être très lente.

Bibliography



Mollison D. (1977) *Spatial contact models for ecological and epidemic spread*, with discussion, J. Roy. Stat. Soc., B, 39, 283-326.



Gibson G.J.(1997). *Markov Chain Monte Carlo methods for fitting spatiotemporal stochastic models in plant epidemiology*. Appl. Statist., 46, 215-233.



Daley D.J., Vere-Jones D.(2003) *An Introduction to the Theory of Point Processes : Volume I : Elementary Theory and Methods*, Second Edition. Springer-Verlag



Gamerman D., Lopes H.F. (2006) *Markov Chain Monte Carlo, Stochastic Simulation for Bayesian Inference*. Chapman and Hall/CRC



Robert C.P., Casella G. (2010) *Introducing Monte Carlo Methods With R*. Springer



Caffier V., Didelot F., Orain G., Lemarquand A., Parisi L. (2009). *Efficiency of association of scab control methods on resistance durability of apple : the case study of cultivar Ariane*. IOBC wprs Bulletin, sous presse.



Soubeyrand S., Laine A.-L., Hanski I., and Penttinen A. (2009) *Spatiotemporal Structure of Host-Pathogen Interactions in a Metapopulation*. The American Naturalist.



Rasmussen J.G., Moller J., Aukema B.H., Raffa K.F. and Zhu J. (2007) *Continuous time modelling of dynamical spatial lattice data observed at sparsely distributed times*. J.R.S.S. B 69,Part4, pp.701-713.

MERCI DE VOTRE ATTENTION